제 3 장 컴퓨터 모델의 개발

3.1 몬테카를로 방법

3.1.1 몬테카를로 방법의 개념

몬테카를로 방법은 통계적 문제를 난수(Random Number)를 사용한 무작위적인 표본을 이용하여 해결하는 방법이다. 그러나 수작업으로 난수를 다루는 것은 상당히 힘든 과정이기 때문에, 몬테카를로 방법의 수학적 적용은 컴퓨터의 발달에 의해 실용화 될 수 있었다. 1970 년대에 들어서 컴퓨터를 사용하여 복잡한 것을 계산할 수 있게 됨으로써 몬테카를로 방법을 사용할 수 있는 적용범위가 더욱 넓어지게 되었다. 컴퓨터를 이용한 몬테카를로 방법은 지구의 복사 열전달과 같은 물리적 현상이나 핵반응과 같은 고 에너지 물리적 현상의 시뮬레이션에 적용될 수 있다.

몬테카를로 방법을 이용하여 해결할 수 있는 문제들이 어떤 것들이 있는가에 대해 살펴보면, 난수 인자에 의해서 제어될 수 있는 모델이라면 어떤 것이든 다룰 수 있다. 두번째로, 확률을 가지고 있지 않은 많은 수학적 문제들에 대해서 이 방법은 컴퓨터를 이용한 통계적 추출 시도를 통해서 적절한 확률적 모델을 만들어서 문제를 해결할 수 있도록 해준다(김재삼 1997).

3.1.2 몬테카를로 방법의 확률 개념 및 난수 발생 방법

몬테카를로 방법은 확률을 기본 개념으로 사용하기 때문에 몬테카를로 방법에서 사용되는 기본적인 확률 개념에 대해서 설명하면 다음과 같다.

확률을 P_k로 정의하고 일어날 수 있는 경우의 수를 사건 E_k라 정의하면, 확률 P_k는 0 과 1 사이에 존재한다. 만약 어떠한 경우에도 사건 E_k 가 발생한다고 한다면 확률은 1 이 되고 어떤 경우에도 발생하지 않는다면 확률은 0 이 된다.

만약 E_i 와 E_j가 서로 독립이면, $P(E_i \text{ and } E_j) = 0$, $P(E_i \text{ or } E_j) = p_i + p_j$ 가 된다.

E_i, $i = 1,2,3,....,N$,이 서로 독립이면 $\sum_{i=1}^{N} p_i = 1$ 이 된다.

모든 X 에 대한 확률을 나타내는 것을 확률밀도함수 $P(x)$로, 이것에 대한 확률 누적함수인 확률분포함수를 $F(x)$로 나타낼 수 있다. 확률 변수 X 가 구간 $(x, x+dx)$ 사이의 값을 가지게 될 확률은 (식 3.1.1)과 같이 정의할 수 있다.

$P(x)dx = [x<X<x+dx]$일 확률 **(식 3.1.1)**

확률 분포 함수 $F(x)$는 $P(x)$를 적분함으로써 구할 수 있는데 (식 3.1.2)와 같다.

$$F(x) = \int_a^x p(t)dt = [X \le x]\text{일 확률} \qquad \textbf{(식 3.1.2)}$$

확률은 이산확률과 연속확률로 나눌 수 있는데 이산확률의 경우 빛이 투과재료에 입사하였을 경우 반사, 투과, 흡수되는 것을 확률로 결정할 때 적용되며, 연속확률의 경우 빛이 반사재료에 입사하였을 경우 재료의 반사특성에 따라 반사되는 빛의 분포를 확률적으로 결정할 때 사용하게 된다.

몬테카를로 방법을 이용하는데 있어서 중요하게 고려되어져야 할 부분 중의 하나는 분포가 균일한 난수를 발생시키는 것이다. 만약 균일하지 못한 편중된 분포를 가지는 난수열을 가지고 몬테카를로 방법을 적용시키면 결과는 왜곡되어 쓸모없는 값이 된다. 따라서 난수는 완전히 무작위적이고 균일한 분포를 가지는 임의의 수열로 이루어지는 것이 가장 바람직하다. 난수 발생기의 초기 조건이 같으면 동일한 난수를 발생시켜야 하고, 초기 조건이 약간이라도 변화하면 전혀 다른 난수를 발생시켜야 한다. 컴퓨터가 다르더라도 초기 조건이 같으면 같은 난수를 발생시켜야 한다.

난수 발생에서 고려해야 할 점들을 요약해 보면 다음과 같다.

(1) 무작위성과 균일성을 갖는 좋은 분포를 가져야 한다.

(2) 긴 주기를 가져야 한다.

(3) 재생이 가능해야 한다.

(4) 계산하는데 있어서 효율성을 가져야 한다.

컴퓨터를 이용하여 균일 확률 분포를 가지는 난수를 발생시키는 방법은 여러가지가 있다. 그 중 일반적인 것으로는 선형 합동적 방법(Linear Congruential method)이 있다.

3.1.3 반사재료의 반사특성을 고려한 난수 발생

앞에서 언급한 난수발생 방법으로 균일 확률 분포를 갖는 난수 발생기를 만들었으면 그것을 이용하여 재료의 특성에 따른 확률 분포를 갖도록 변화시켜야 한다. 변환 방법으로는 일반적으로 역변환 방법(Inverse Transformation Method)과 거부법(Rejection Method)이 사용된다(김재삼 1997)(Sobol, I. M.1994).

광도의 크기에 따른 난수 발생 확률을 조절하기 위해서 광도의 분포를 확률 밀도 함수로 변환시켜야 된다. 반사 각도별 광도의 크기는 단위 세기의 빛의 출현 회수로 생각할 수 있기 때문에 확률 밀도 함수로 변환시킬 수 있다.

확률밀도함수의 적분값의 함수인 확률분포함수를 구하고 이 함수의 역함수를 구하여 균일한 확률분포를 가지는 난수를 발생시켜 확률분포함수의 역함수에 대입시키면 확산 반사에 의한 빛의 반사 분포와 같은 확률적 난수를 발생시킬 수 있다. 발생된 난수를 이용하여 빛이 반사되는 각도를 결정할 수 있게 된다.

완전확산면의 경우 입사각이 0 ˚ 에서 90 ˚ 의 구간에서 확률밀도함수는 cos*sin 함수와 일치하며 확률밀도함수는 코사인함수의 적분값의 함수인 sine 함수로 나타낼 수 있다. 역함수는 arcsine 함수로 나타낼 수 있다.

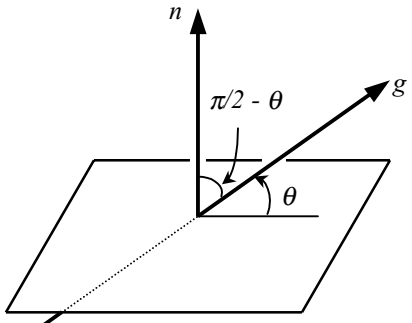
3.2 광선 추적기법(Ray-tracing Technique)

광선 추적기법은 어떤 입자의 움직임에 따른 운동 방향과 크기를 벡터화시켜 공간 내에서 입자의 운동 경로를 수학적으로 예측할 수 있는 기법이다. 따라서 이 방법을 적용시키기 위해서는 벡터에 대한 기본적인 이론과 이 벡터가 공간상의 어떤 평면과 만날 경우 만나는 점의 교점과 이루는 각 등을 계산하는 식을 알아야 한다. 교차한 면에 대한 반사 특성, 투과 특성 등과 같은 벡터의 방향이나 크기에 변화를 줄 수 있는 특성 등을 고려하여 벡터의 새로운 방향과 크기를 결정하게 된다.

3.2.1 공간상에서 직선과 평면과의 기하학적 관계

빛의 직진성을 고려하여 광자의 운동형태를 직선방정식으로 나타낼 수 있는데, 이때 광자의 운동방향과 평면과의 기하학적 관계를 계산할 때 공간의 직선방정식과 평면방정식을 적용시킬 수 있다.

[그림 3.2.1]는 평면과 직선이 만나는 각을 도식화한 것이다. 공간내의 평면과 직선이 교차하는 각은 (식 3.2.1)을 이용하여 구할 수 있다.



[그림 3.2.1] 광자와 평면이 이루는 각

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{AL+BM+NC}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{L^2+M^2+N^2}} \qquad \textbf{(식 3.2.1)}$$

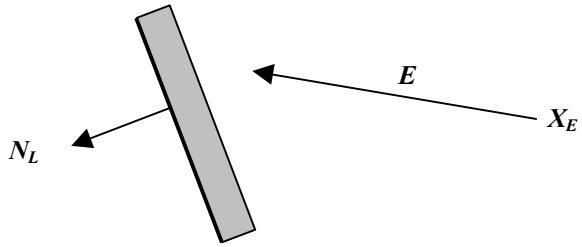
3.2.2 광자와 공간의 평면이 만날 조건

광자가 재료의 표면에 의해 반사, 흡수, 굴절되는 것을 시뮬레이션하기 위해서 우선 광자가 재료의 표면에 입사하는지의 여부를 검사하여야 한다.

검사할 조건을 보면 '광자의 방향과 표면의 방향이 반대인가?', '표면의 범위안에 광자가 들어오는가?' , '표면이 광자가 발생된 지점의 뒤쪽에 있지는 않은가?'에 대한 조건을 검사해야 한다.

(1) '광자의 방향과 표면의 방향이 반대인가?'에 대한 검사

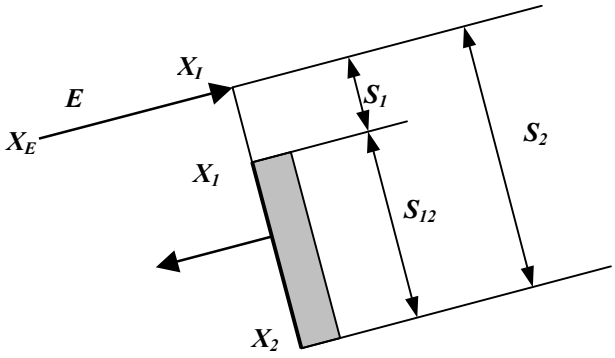
[그림 3.2.2]에서 X_E는 광자의 발생점, E는 방향성분, N_L은 평면의 법선 벡터를 나타내며, 조건식은 $E \bullet N_L > 0$ 인 경우에 평면에 입사하지 않는다는 것을 알 수 있다.



[그림 3.2.2] 광자의 방향과 표면의 방향 검사

(2) '평면의 면적 안에 광자가 들어오는가?'에 대한 검사

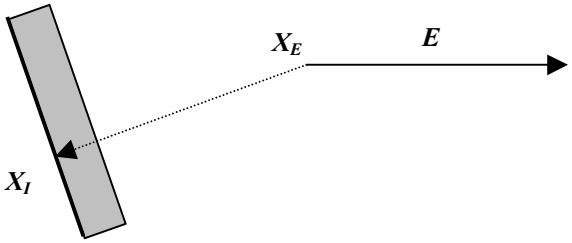
[그림 3.2.3]에 보인 것과 같이 $S_1 + S_2 > S_{12}$ 일 경우 광자가 평면의 범위를 벗어남을 알 수 있고, 여기서 S_1과 S_2는 $S_i = |X_{I,L} - X_{i,L}|^2$ (i =1,2)로 부터 구할 수 있다.



[그림 3.2.3] 광자가 평면의 범위안에 들어오는가를 검사

(3) '표면이 광자가 발생된 지점의 뒤쪽에 있지는 않은가?' 에 대한 검사

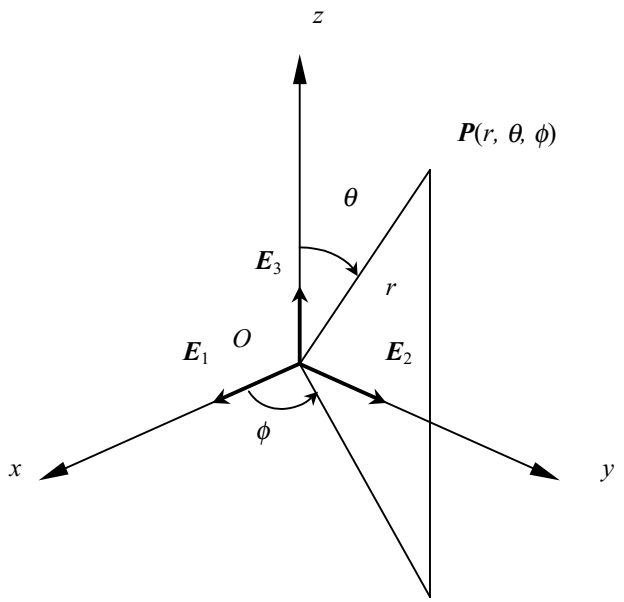
[그림 3.2.4]에 보인 것과 같이 $(\boldsymbol{X_{I,L}} - \boldsymbol{X_E}) \bullet \boldsymbol{E} < 0$ 일 경우 광자의 출발점이 평면의 뒤쪽에 있음을 알 수 있다. 여기서 $\boldsymbol{X_E}$는 입자의 발생점, $\boldsymbol{X_{I,L}}$은 평면과 만나는 교점, $\boldsymbol{E}$는 입자의 방향성분 벡터가 된다.



[그림 3.2.4] 평면이 광자의 출발점 뒤에 있는지의 검사

3.2.3 반사 또는 투과 광자의 벡터 계산

우리가 일반적으로 쓰는 벡터는 x, y, z를 축으로 하는 직교좌표계를 사용한다. 그러나 입사각, 반사각 등 어떤 각도를 이용해 그 점의 위치나 벡터의 방향을 알아야 할 경우 좌표계를 원주좌표계나 극좌표계로 변환시켜야 한다. 극좌표는 [그림 3.2.5]와 같이 나타낼 수 있다.



[그림 3.2.5] 극좌표계

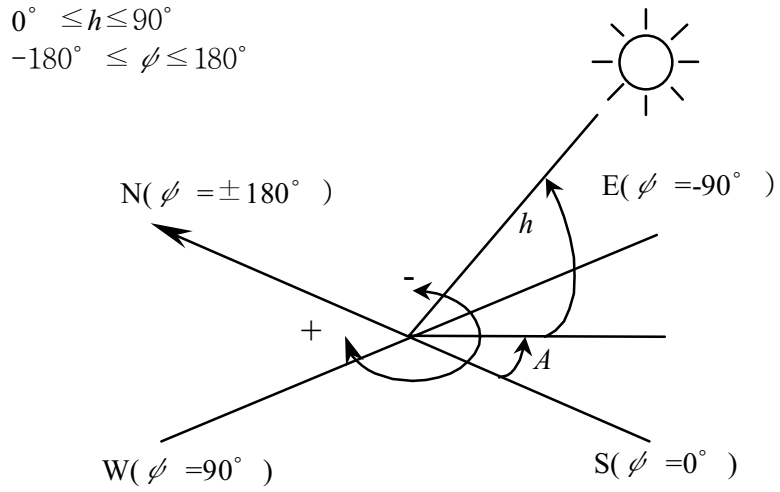
점 $\boldsymbol{P}$의 직교좌표 (x, y, z)와 극좌표 (r, θ, ϕ) 사이에는 (식 3.2.2)가 성립한다(권택연 외 1976).

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\phi \\ y = r\sin\theta\sin\phi \\ z = r\cos\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \tan\theta = \dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \\ \tan\phi = y / x \end{cases} \qquad \textbf{(식 3.2.2)}$$

3.3 외부 조도 및 천공의 휘도 분포

3.3.1 태양의 고도와 방위각

외부 조도 및 천공의 휘도 분포를 계산하기 위해서 우선 태양의 고도와 방위각을 계산해야 한다. 태양의 고도와 방위각은 계산 대상 장소의 위도와 경도 및 계산 대상 날짜와 시간으로부터 구할 수 있다.



[그림 3.3.1] 태양의 위치

[그림 3.3.1]에 보인 태양 고도(h)와 방위각(ψ)은 각각 (식 3.3.1)와 (식 3.3.2)에 의해서 구할 수 있다.()

$$h = sin^{-1}(sin\varphi\, sin\delta + cos\varphi\, cos\delta\, cos\omega) \qquad \textbf{(식 3.3.1)}$$

$$\phi = cos^{-1}\left(\frac{sinh\, sin\varphi - sin\delta}{cosh\, cos\varphi}\right) \qquad \textbf{(식 3.3.2)}$$

여기서, φ : 위도 [°]

δ : 태양 적위 [°]

ω : 시각 [°] (1 시간당 15°의 비율로 시간을 각도로 환산한 값)

계산 대상일의 태양 적위를 구하기 위해서는 1 월 1 일부터의 통산일과 태양 횡

경값을 구해서 계산할 수 있다. 통산일을 구하는 방법은 통산일을 계산하는 달의 전달 말일까지의 통산일에 그 달의 예측 날짜를 더함으로써 얻을 수 있다. (식 3.3.3)는 M 월 D 일의 통산일 n 을 구하는 식을 나타낸 것이다.

$$n = \mathrm{int}[\{153(M-1)+Z\}/5+D] \qquad \textbf{(식 3.3.3)}$$

여기서, M<3 일때 Z=2

M≥3 일때 Z=-9

int[x]는 x 의 소수 부분을 제외한 정수 부분을 나타낸다.

횡경값(B)은 (식 3.3.4)와 같이 얻어진 통산일(n)을 이용하여 계산할 수 있다.

$$B = 360\frac{n-81}{365}(°) \qquad \textbf{(식 3.3.4)}$$

태양 적위(δ)는 (식 3.3.5)에 의해 근사적으로 계산할 수 있다.

$$\delta = sin^{-1}(sin\,23°27' * sin\,B) = sin^{-1}(0.397949 * sin\,B) \qquad \textbf{(식 3.3.5)}$$

시각(ω)는 (식 3.3.6)에 의해서 계산할 수 있다.

$$\omega = (t_{AS} - 12)\times 15 = \{t + (E + \frac{L - L_S}{15} - 12)\}\times 15 \qquad \textbf{(식 3.3.6)}$$

여기서, t_{AS} : 진태양시

t : 표준시

E : 균시차

L : 경도

L_S : 표준 자오선의 경도 (135° E)

균시차(E)는 평균 태양시와 진태양시의 차이를 말하며, (식 3.3.7)과 같은 근사식에 의해 구할 수 있다.

$$E = \frac{1}{60}(9.87\sin 2B - 7.53\cos B - 1.5\sin B)$$

$$= 0.1645\, sin\, 2B - 0.1255\, cos\, B - 0.025\, sin\, B \qquad \textbf{(식 3.3.7)}$$

3.3.2 Perez 천공 모델

자연채광에 의한 실내 조도를 예측하기 위해서는 외부의 직사일광과 천공 확산광에 의한 조도를 알아야 하는 것은 무엇보다 중요하다. 천공광의 경우, 실제 천공 상태의 휘도 분포를 정확하게 예측하기란 거의 불가능하다. 하지만 많은 연구에 의해서 실제 천공 상태와 비슷한 천공 모델들이 개발되었다.

현재까지 개발되어 있는 천공 휘도 분포 모델 중 다양한 상태의 천공 조건에 대해 가장 접근한 결과를 얻을 수 있는 모델은 Perez 의 천공 모델(Perez et al. 1990, 1993)이라고 할 수 있다.

CIE 표준 천공은 단지 청천공(Clear Sky), 부분적으로 부분담천공(Partly Cloudy Sky), 담천공(Overcast Sky)에 대한 것만을 포함하고 있기 때문에, 좀더 정확하고 다양한 상태에 대한 것을 나타내기 위해 Perez 는 담천공에서 청천공에 이르는 모든 천공 휘도 분포의 변화를 설명하기 위한 모델을 만들었다. 그들은 태양 천정각(z), 대기의 청정도(ε), 천공의 밝기(Δ) 및 대기의 수증기량(W)의 4 가지 인자를 가지고 천공 청정도의 값과 일사 상태를 이용하여 완전히 흐린 날에서 매우 청정한 날까지 8 단계로 구분된 천공상태(천공 청정도 단계 1-8)로 분류하고 있다. 천공의 청정도, 천공의 밝기, 대기 수증기량은 (식 3.3.8)~(식 3.3.10)에 의해서 얻어질 수 있다.

$$\varepsilon = [(I_d + I_{DN}) / I_d + 1.104Z^3] / [1 + 1.104Z^3] \qquad \textbf{(식 3.3.8)}$$

$$\Delta = I_d \times m/I_{ON} \qquad \textbf{(식 3.3.9)}$$

$$W = \exp(0.07 \times T_d - 0.075) \qquad \textbf{(식 3.3.10)}$$

여기서

I_d : 수평면 확산 일사 (w/m^2)

I_{DN} : 법선면 직달 일사 (w/m^2)

M : 광학적 대기의 두께

I_{ON} : 대기권밖의 법선면 일사(w/m^2)

T_d: 3 시간 동안의 지표면 노점 온도(^{o}C)

태양 천정각(Z)은 다음 (식 3.3.11)에 의해서 계산될 수 있다:

$$Z = (\pi/2) - a_t$$
$$= (\pi/2) - \{\sin^{-1}[\sin l \sin \delta - \cos l \cos \delta \cos (\pi t / 12)]\}$$ **(식 3.3.11)**

여기서

a_t = 태양 고도각(rad)

l = 지역의 위도

δ = 태양 적위

t = 진태양시

대기의 청정도를 계산하기 위해서 수평면 확산 일사와 법선면 직달 일사가 필요하다. 국제 기후 센터 중에서 Cornell 대학에 있는 북동부 지역 기후 센터(NRCC, Northeast Regional Climate Center)에서 Meyers 와 Dale 모델을 이용하여 시간별 태양 복사 데이터를 만들었다. Meyers 와 Dale 의 모델은 (식 3.3.12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$I_T = I_{Oh} (\cos Z)\, T_R T_g T_w T_a T_c$$ **(식 3.3.12)**

여기서

I_T : 전천 일사량 (w/m^2)

I_{Oh} : 대기권 밖의 수평면 일사 (w/m^2)

T_R : Rayleigh 산란에 의한 투과 계수

T_g : 영구 기체 흡수

T_w : 수증기에 의한 흡수

T_a : 대기중 부유물질에 의한 흡수 및 산란

T_c : 구름에 의한 흡수 및 산란

시간별 전체 태양 일사의 직달요소와 확산 요소는 전체 태양 일사로부터 각각의 인자를 계산하는 방법인 Erbs 의 방법에 의해서 구할 수 있다. 이 방식은 시간별 청정도 지표(k_T)로 I_d/I_T 의 값을 결정한다. 시간별 청정도 지표는 (식 3.3.13)~(식 3.3.16)에 의해서 얻을 수 있다.

$$k_T = \frac{I_T}{I_{Oh}} \qquad \textbf{(식 3.3.13)}$$

여기서,

k_T : 시간별 청정도 지표

I_{Oh} : 대기권 밖의 수평면 일사(w/m^2)

$$\frac{I_d}{I_T} = 1.0 - 0.09k_T \, (k_T \le 0.22)$$

$$= 0.9511 - 0.1604k_T + 4.3888k_T^2 - 16.638k_T^3 + 12.336k_T^4 (0.22 < k_T \le 0.8)$$

$$= 0.165 (0.8 \le k_T) \qquad \textbf{(식 3.3.14)}$$

$$I_{DH} = I_T - I_d \qquad \textbf{(식 3.3.15)}$$

$$I_{DN} = I_{DH} \ / \sin(a_t) \qquad \textbf{(식 3.3.16)}$$

여기서,

I_{DH} : 수평면 직달 일사(w/m^2)

천공의 밝기(Δ)를 계산하기 위하여, 광학적 대기의 두께(m)와 대기권 밖의 직달 일사(I_{ON})값이 필요하다. 태양이 천공 천정에 있을 때 복사선이 통과하는 대기의 두

께와 임의의 위치에서 통과하는 대기 두께와의 비율인 광학적 대기의 두께는 (식 3.3.17)에 의해서 얻어진다.

$$m = \frac{1}{\cos Z} \qquad \textbf{(식 3.3.17)}$$

대기권 밖의 법선면 일사(I_{ON})와 대기권 밖의 수평면 일사 (I_{Oh})는 (식 3.3.18)에서 얻을 수 있다:

$$\begin{aligned} I_{ON} &= I_{sc}[1 + 0.33\cos(\frac{360n}{365})] \\ I_{Oh} &= I_{sc}[1 + 0.33\cos(\frac{360n}{365})] \times \cos Z \end{aligned} \qquad \textbf{(식 3.3.18)}$$

여기서,

Isc : 태양 상수 (1350 W/m^2)

n : 1 월 1 일로부터의 통산일 ($1 \le n \le 365$)

일사값을 조도값으로 변환하는 발광효율 모델은 일사량과 8 개의 ε에 상응하는 변환 함수를 구함으로써 나타낼 수 있다. 일사 상태에서 변환 함수 (F)는 (식 3.3.19)와 같다.

$$F(\varepsilon,\Delta,Z,W) = a_i(\varepsilon) + b_i(\varepsilon)f(W) + c_i(\varepsilon)g(Z) + d_i(\varepsilon)h(\Delta) \qquad \textbf{(식 3.3.19)}$$

여기서

f,g,h : 연속 함수

a_i,b_i,c_i,d_i : 불연속 함수

함수 F 는 기후 환경의 다양함을 나타내는 많은 데이터들을 최소 자승법을 통하

여 얻어질 수 있다. 변환 함수로 법선면 전체, 확산, 직달 일사로부터 각각 법선면 전체, 확산, 직달 조도를 구할 수 있다. 수평면 직달 조도(E_{dH})와 수직면 직달 조도(E_{dV})는 다음과 같이 (식 3.3.20)~(식 3.3.22)에서 구할 수 있다.

$$E_{dN} = MAX\{0, I_{DN}[a_i + b_i W + c_i \exp(5.73Z-5) + d_i \Delta]\}$$ **(식 3.3.20)**

$$E_{dH} = E_{dN} \times \sin a_t$$ **(식 3.3.21)**

$$E_{dV} = E_{dN} \times \cos a_t$$ **(식 3.3.22)**

여기서

E_{dN} : 법선면 직달 조도 (lux)

E_{dH} : 수평면 직달 조도 (lux)

E_{dV} : 수직면 직달 조도 (lux)

a_t : 입사각(rad)

a_i, b_i, c_i, d_i : 실험식에 의해 구해진 계수 (표 3.3.1 참조)

[표 3.3.1] 직달 일사의 발광효율 계수

청정도(ε)	a_I	b_I	c_i	d_I
1	57.20	-4.55	-2.98	117.12
2	98.99	-3.46	-1.21	12.38
3	109.83	-4.90	-1.71	-8.81
4	110.34	-5.84	-1.99	-4.56
5	106.36	-3.97	-1.75	-6.16
6	107.19	-1.25	-1.51	-26.73
7	105.75	0.77	-1.26	-34.44
8	101.18	1.58	-1.10	-8.29

수평면 확산 조도 (E_{kH})는 다음과 같이 (식 3.3.23)으로 구할 수 있다.

$$E_{kH} = I_d[a_i + b_iW + c_i\exp(Z) + d_iLn(\Delta)]$$ **(식 3.3.23)**

여기서

E_{kH} : 수평면 확산 조도(lux)

a_i, b_i, c_i, d_i : 실험식에 의해 구해진 계수 ([표 3.3.2] 참조)

[표 3.3.2] 확산 일사의 발광효율 계수

청정도(ε)	a_I	b_I	c_i	d_i
1	97.24	-0.46	12.00	-8.91
2	107.22	1.15	0.59	-3.95
3	104.97	2.96	-5.53	-8.77
4	102.39	5.59	-13.95	-13.90
5	100.71	5.94	-22.75	-23.74
6	106.42	3.83	-36.15	-28.83
7	141.88	1.90	-53.24	-14.03
8	152.23	0.35	-45.27	-7.98

경사면 확산 조도(E_{kS})는 수평 확산 조도와 경사표면에 대한 천공 상태로부터 계산 될 수 있다. 이것은 (식 3.3.24)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_{kS} = E_{kH}[(1-F_1)(1+\cos S)/2 + F_1 \times a/b + F_2 \sin S]$$ **(식 3.3.24)**

여기서,

$F_1 = f_{11} + f_{12} \times \Delta + f_{13} \times Z$

$F_2 = f_{21} + f_{22} \times \Delta + f_{23} \times Z$

$a = max(0, \cos\theta)$

$b = max(0.087, \cos Z)$

S = 경사진 평면의 기울기

θ = 경사진 평면에 들어오는 직사일광의 입사각

$f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{21}, f_{22}, f_{23}$은 천공 청정도(타입 1-8)에 따른 계수이다. ([표 3.3.2] 참조)

[표 3.3.3] 경사면 조도 계수

청정도(ε)	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{21}	f_{22}	f_{23}
1	0.011	0.570	-0.081	-0.095	0.158	-0.018
2	0.429	0.363	-0.307	0.050	0.008	-0.065
3	0.809	-0.054	-0.442	0.181	-0.169	-0.092
4	1.014	-0.252	-0.531	0.275	-0.350	-0.096
5	1.282	-0.420	-0.689	0.380	-0.559	-0.114
6	1.426	-0.653	-0.779	0.425	-0.728	-0.097
7	1.485	-1.214	-0.784	0.411	-0.629	-0.082
8	1.170	-0.300	-0.615	0.518	-1.892	-0.055

천공 천정 휘도 함수는 (식 3.3.25)로 나타낼 수 있다.

$$L_{vz} = I_d[a_i + c_i \cos Z + c_i' \exp(-3Z) + d_i(\Delta)] \qquad \textbf{(식 3.3.25)}$$

여기서

L_{vz} : 천정 휘도(W/m^2)

a_i, c_i, c_i', d_i : 계수 (표 3.3.4 참조)

[표 3.3.4] 천정의 휘도 예측 계수

청정도(ε)	a_i	c_i	c_i'	d_I
1	40.86	26.77	-29.59	-45.75
2	26.58	14.73	58.46	-21.25
3	19.34	2.28	100.00	0.25
4	13.25	-1.39	124.79	15.66
5	14.47	-5.09	160.09	9.13
6	19.76	-3.88	154.61	-19.21
7	28.39	-9.67	151.58	-69.39
8	42.91	-19.62	130.80	-164.08

Perez 는 많은 천공데이터의 측정 실험에 의해 간단한 수학적 구조를 가지는 모델을 개발하였다. 이 모델은 천공 휘도 분포를 예측하기 위해서 시간별 또는 더 세밀한 시간 동안의 전체, 직달 일사 데이터를 사용할 수 있도록 만들어졌으며 CIE 표준 천공 형태를 일반화한 수식을 포함하고 있다. 그 일반식은 담천공에서 청천공까지의 휘도 분포에 대해 적절히 설명할 수 있는 다섯가지의 실험 계수(a, b, c, d, e)를 포함하고 있다.

예측점 Lv 의 천공 휘도와 임의의 기준점의 휘도와의 비율로 정의되는 상대 휘도 lv 는 (식 3.3.26)에 의해서 얻어진다.

$$lv = f(\xi, \gamma)$$
$$= [1 + a \exp(b / \cos \xi)][1 + c \exp(d\gamma) + e \cos^2\gamma] \qquad \textbf{(식 3.3.26)}$$

여기서,

lv : 상대 휘도

γ : 태양과 예측점 사이의 각(rad)

ξ : 예측점의 천정각(rad)

a, b, c, d, e : 상대 휘도 예측에 대한 실험 계수 (표 3.3.5 참조)

[표 3.3.5] 상대 휘도 예측 실험 계수

청정도	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
1.000 ~ 1.065	1.3523	-0.2576	-0.2690	-1.4366	-0.7670	0.0007	1.2734	-0.1233
1.065 ~ 1.230	-1.2219	-0.7730	1.4148	1.1016	-0.2054	0.0367	-3.9128	0.9156
1.230 ~ 1.500	-1.1000	-0.2515	0.8952	0.0156	0.2782	-0.1812	-4.5000	1.1766
1.500 ~ 1.950	-0.5484	-0.6654	-0.2672	0.7117	0.7234	-0.6219	-5.6812	2.6297
1.950 ~ 2.800	-0.6000	-0.3566	-2.5000	2.3250	0.2937	0.0496	-5.6812	1.8415
2.800 ~ 4.500	-1.0156	-0.3670	1.0078	1.4051	0.2857	-0.5328	-3.8500	3.3750
4.500 ~ 6.200	-1.0000	0.0211	0.5025	-0.5119	-0.3000	0.1922	0.7023	-1.6317
6.200 ~	-1.0500	0.0289	0.4260	0.3590	-0.3250	0.1156	0.7781	0.0025
	c_1	c_2	c_3	c_4	d_1	d_2	d_3	d_4
1.000 ~ 1.065	2.8000	0.6004	1.2375	1.0000	1.8734	0.6297	0.9738	0.2809
1.065 ~ 1.230	6.9750	0.1774	6.4477	-0.1239	-1.5798	-0.5081	-1.7812	0.1080
1.230 ~ 1.500	24.7219	-13.0812	-37.7000	34.8438	-5.0000	1.5218	3.9229	-2.6204
1.500 ~ 1.950	33.3389	-18.3000	-62.2500	52.0781	-3.5000	0.0016	1.1477	0.1062
1.950 ~ 2.800	21.0000	-4.7656	-21.5906	7.2492	-3.5000	-0.1554	1.4062	0.3988
2.800 ~ 4.500	14.0000	-0.9999	-7.1406	7.5469	-3.4000	-0.1078	-1.0750	1.5702
4.500 ~ 6.200	19.0000	-5.0000	1.2438	-1.9094	-4.0000	0.0250	0.3844	0.2656
6.200 ~	31.0625	-14.5000	-46.1148	55.3750	-7.2312	0.4050	13.3500	0.6234
	e_1	e_2	e_3	e_4				
1.000 ~ 1.065	0.0356	-0.1246	-0.5718	0.9938				
1.065 ~ 1.230	0.2624	0.0672	-0.2190	-0.4285				
1.230 ~ 1.500	-0.0156	0.1597	0.4199	-0.5562				
1.500 ~ 1.950	0.4659	-0.3296	-0.0876	-0.0329				
1.950 ~ 2.800	0.0032	0.0766	-0.0656	-0.1294				
2.800 ~ 4.500	-0.0672	0.4016	0.3017	-0.4844				
4.500 ~ 6.200	1.0468	-0.3788	-2.4517	1.4656				
6.200 ~	1.5000	-0.6426	1.8564	0.5636				

다섯가지의 계수는 많은 실험 데이터를 가지고 위의 식을 비선형 최소 자승법에 의하여 유추한 태양 천정각, 천공 청정도와 밝기, 이 세가지 일사 상태의 함수이다. 각각의 계수는 다음과 같이 (식 3.3.27)~(식 3.3.29) 형식을 따른다.

a, b, c, d, e 를 x 라고 할 때

$x = x_1 + x_2Z + \Delta(x_3 + x_4Z)$ **(식 3.3.27)**

천공 청정도가 1 일 경우에는

$c = \exp[\Delta (c_1 + c_2Z)^{C_3}]^{-1}$ **(식 3.3.28)**

$d = -\exp[\Delta (d_1 + d_2Z)] + d_3 + \Delta d_4$ **(식 3.3.29)**

결국, 예측하고자 하는 지점의 휘도 L_v는 L_{vz}을 일반화하여 l_v로부터 얻을 수 있다. 이것은 (식 3.3.30)와 같이 나타낼 수 있다.

$L_v = L_{vz} \times f(\zeta, \gamma) / f(0, Z)$ **(식 3.3.30)**

여기서,

L_v : 천공 휘도(cd/m^2)

더 일반적으로, 천공 휘도(Lv)는 확산 조도의 천공 모델을 일반화하여 (식 3.3.31)과 같이 얻을 수 있다.

$$L_v = l_v \times E_{kH} / \left(\int_{2\pi sr} [l_v(\zeta, \gamma) \cos\zeta] d\omega \right)$$ **(식 3.3.31)**

3.3.3 외부 천공 상태 계산

1) 외부 직사일광 조도와 천공 확산광 조도의 계산

외부 직사일광 조도와 확산천공광 조도를 구하기 위해서 외부 직달일사와 확산천공일사를 계산해야 한다. 외부 직달일사와 확산천공일사를 구하기 위해서 외부 수평면 전체 일사량의 입력 데이터가 필요하다. 전체 일사량에서 직달일사와 확산일사를 분리하기 위해서 시간별 청정도 지표(K_T)를 사용하였다. 시간별 청정도 지표는 수평면 전체일사를 대기권 밖의 수평면 전체일사로 나눈 값이다. 전체 일사량에 대한 확산 일사량의 비율을 시간별 청정도 지표를 이용하여 계산할 수 있다. (식 3.3.2)와 같이 청정도의 범위를 나누어 적용하는 식이 각각 다르다.

$$K_T = I_T / [1350 * \{1 + 0.33 * (PI * 2 * n / 365)\} * \cos(Z)] \quad \textbf{(식 3.3.1)}$$

$$I_d = (1 - 0.09 * K_T) * I_T \quad (K_T \leq 0.22) \quad \textbf{(식 3.3.2)}$$

$$= (0.951 - 0.1604 * K_T + 4.3888 * K_T^2 - 16.638 * K_T^3 + 12.336 * K_T^4) * I_T \quad (K_T \leq 0.8)$$

$$= 0.165 * I_T \quad (K_T > 0.8)$$

$$I_{DN} = (I_T - I_d) / \sin(h) \quad \textbf{(식 3.3.3)}$$

여기서, K_T : 청정도 지표

I_T : 전체일사량

Z : 천정각

I_d : 전체일사

I_{DN} : 직달일사

h : 태양고도

직달일사와 확산일사 값을 이용하여 천공의 청정도(ε), 천공의 밝기(Δ)를 구하고 지표면 노점온도를 이용하여 대기 수증기량을 구한다. 계산된 청정도 값은 8 단계 범위 중에 속하는 단계를 결정하여 일사값을 조도값으로 환산하는 발광효율 모델의 불연속 함수를 계산하게 된다. 변환함수는 결정된 단계의 계수를 선택하여 외부 직달조도와 확산조도를 계산하는데 사용된다.

2) 천공 휘도분포의 계산

실제 천공 상태에서 직사일광을 제외한 청천공에서 담천공에 이르는 여러가지 다양한 천공상태의 휘도분포를 예측하기 위해서, 천정의 휘도를 계산하고 천공의 상대 휘도비를 계산해서 방위각과 천정각에 따른 천공의 휘도를 계산할 수 있다.

천정의 휘도를 계산하기 위하여 실험적으로 유추된 천정 휘도함수를 적용하였다. 여기서 필요한 입력 데이터는 수평면 확산일사, 태양의 천정각, 천공의 밝기(Δ)가 필요하다.

천공의 상대 휘도비를 계산하기 위해서는 태양과 예측점 사이의 각(γ)과 예측점의 천정각(ξ)이 필요하다. 결국 천정휘도와 천공의 상대 휘도비를 이용하여 예측점의 휘도를 계산할 수 있다.

3.4 컴퓨터 모델의 개요

본 연구에서 개발한 컴퓨터 모델은 기존의 주광율법이나 광속법(Lumen Method)r과는 달리 직사일광에 의한 실내 작업면 조도도 계산이 가능하다. 직사일광에 의한 실내 조도를 계산하기 위해서는 외부 법선면 직달조도와 태양고도, 방위각들을 먼저 구해야 한다. 태양의 위치와 외부 법선면조도가 결정되면 계산대상실의 개구부를 포함할 수 있는 가상의 평면을 만든다.

이 가상의 평면은 태양광선이 평행광선이라는 조건에 의해 가능하며 이 평면에서 몬테카를로 방법에 의해 광선의 출발점을 결정하게 된다. 그리고 평면의 면적과 외부법선면 조도에 의해 각각의 광자가 갖는 에너지를 결정하게 된다. 몬테카를로 법에 의해 발생된 광자는 측창을 통과하여 계산 대상면에 도달하게 된다. 그리고 작업면에 직접 도달하지 않는 광선은 실내의 각 표면에서 상호 반사한 다음 작업면에 도달하게 되는데 이때의 광선의 반사방향과 진행방향도 몬테카를로 방법과 광선 추적기법에 의해 결정한다(유기형 1997).

확산 천공광에 의한 실내 조도를 계산하기 위해서는 먼저 페레즈 모델 모델에 의한 외부 수평면 확산조도와 천공의 휘도 분포를 구한다. 확산천공광에서는 발생하는 광자의 위치와 방향이 무작위성을 갖기 때문에 창문을 통해 실내로 들어오는 광자를 결정하기 힘들다. 따라서 직사일광의 경우와는 반대로 조도계산 대상면에서 광자를 발생시켜서 창문을 통해 외부로 나가는 광자가 도달하는 부분의 휘도를 Perez 천공모델에 대해 계산하고 그 값으로부터 계산대상면의 조도를 계산한다.

[그림 3.4.1]은 본 연구에서 개발한 컴퓨터 시뮬레이션 모델의 구성을 보인 것이고 [그림 3.4.2]는 컴퓨터 모델의 흐름도를 보인 것이다.

본 연구에서 개발된 컴퓨터 모델은 입력 모듈, 계산 모듈 및 출력 모듈로 이루어져 있다. 입력 모듈에서는 예측 장소의 위치와 측정시간, 일사량, 노점온도 등의 외부 변수와 계산 대상면 및 기타 면들의 공간 좌표, 그리드 수, 반사율 등 모델 변수를 입력한다. 계산 모듈은 입력된 데이터를 이용하여 태양의 위치를 계산하고, Perez 모델을 이용하여 외부 조도 및 천공의 휘도 분포를 계산한다. 계산된 외부 조도값에 의해 광자의 크기와 개수를 결정하게 된다. 그리고 광자를 발생시켜 직사일광과 천공광에 의한 계산 대상면의 조도를 계산하게 된다. 출력 모듈은 계산된 직사일광에 의한 조도와 확산 천공광에 의한 조도를 합하여 계산 대상면의 각 그리드별 조도를 출력한다.

■ 입력 모듈 ■

- 예측 장소의 위도, 경도, 측정시간, 일사량, 노점온도 입력
- 조도 계산대상면과 조광센서면 및 기타면들의 공간 좌표, 그리드수, 반사율, 투과율, 확산율 입력

↓

■ 계산 모듈 ■

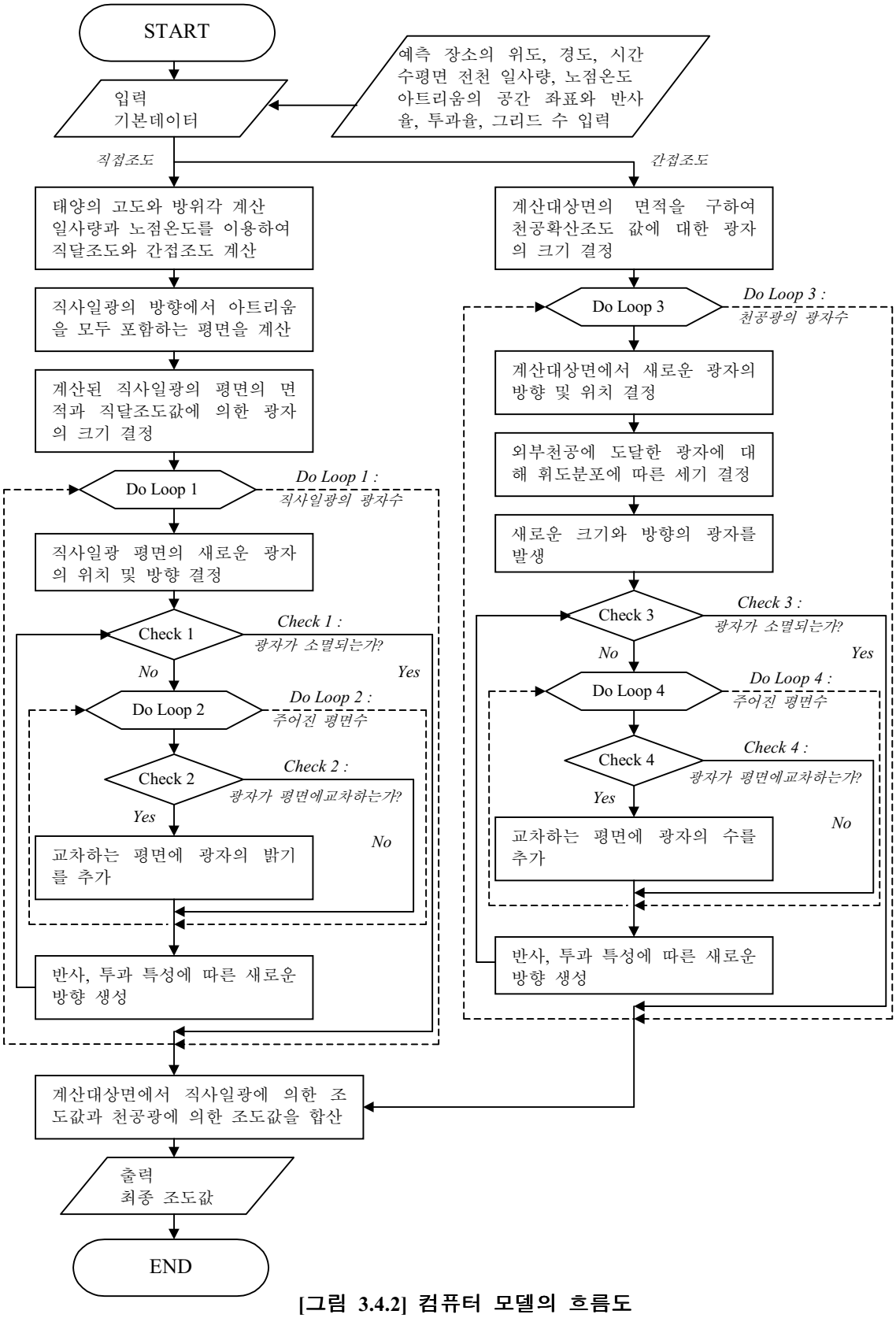
- 태양의 고도, 방위각 계산
- 페레즈모델을 이용한 법선면직달조도, 수평면확산조도계산
- 외부 조도값에 의한 광자의 크기와 개수를 결정
- 직사일광의 광자를 발생시켜 계산대상면의 조도를 계산
- 천공광의 광자를 발생시켜 계산대상면의 조도를 계산
  (페레즈 천공 휘도 분포 모델을 이용)

↓

■ 출력 모듈 ■

- 조도 계산대상면 및 조광센서면으로 들어온 직사일광의 광자와 천공광의 광자의 개수를 합하여 전체 조도를 계산하고 출력

[그림 3.4.1] 컴퓨터 모델의 구성모듈

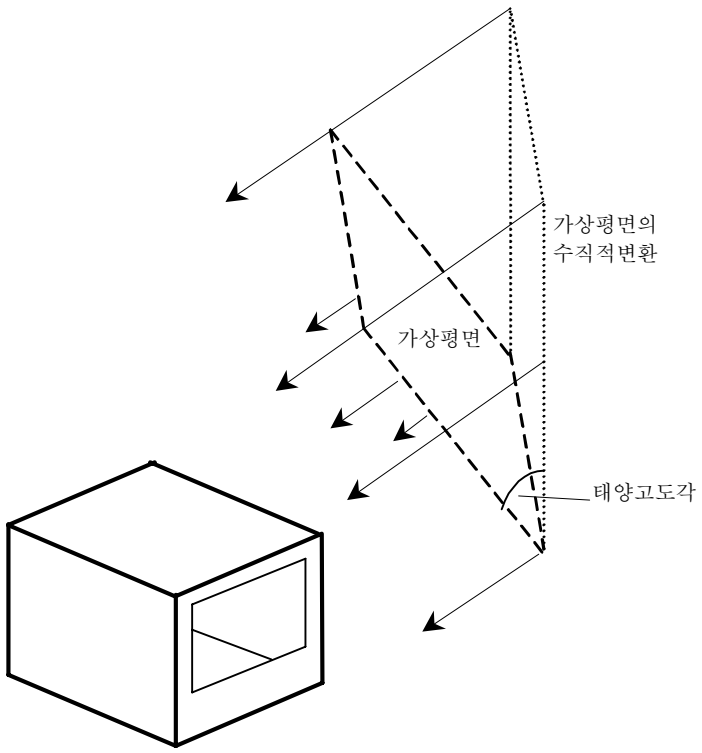


[그림 3.4.2] 컴퓨터 모델의 흐름도

3.5 직사일광에 의한 실내 조도 분포 계산

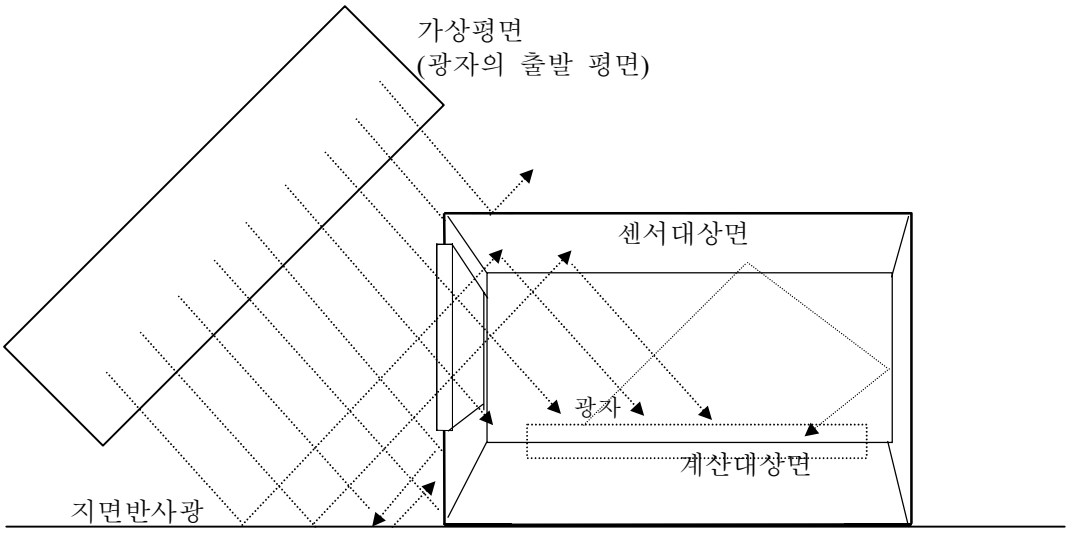
직사일광에 의한 실내 조도 분포를 계산하기 위해서는 먼저 직사일광 광자의 발생위치, 진행방향, 광자의 개수, 크기 등을 결정해야 한다. 광자의 진행 방향은 계산된 태양의 고도 및 방위각을 벡터화 함으로써 쉽게 얻을 수 있지만 나머지 조건들을 결정하기 위해서는 여러 가지 방법들이 고안될 수 있을 것이다.

본 연구에서는 이 문제를 해결하기 위해서 임의의 가상적 평면을 설정하여 이 평면의 범위 내에서 직사일광의 광자를 발생시키는 방법을 이용하였다. 가상적 평면의 법선벡터는 직사일광 방향과 일치하며 직사일광의 방향에서 투영했을 때 입력된 평면들을 모두 포함하는 최소한의 범위를 유지해야 한다. [그림 3.5.1]은 입력된 평면과 가상적 평면의 개념을 보인 것이다.



[그림 3.5.1] 계산 대상 사무실과 광자 발생용 가상 평면

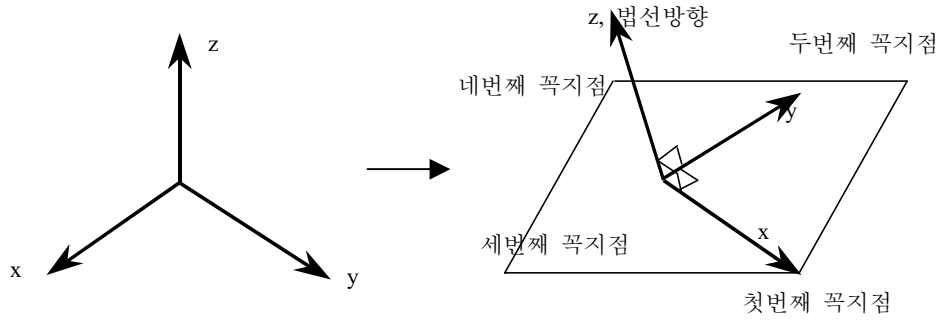
가상평면을 설정하기 위해서 우선 평면 입력 데이터의 x, y, z 축의 최대값과 최소값을 계산하여 입력 데이터의 범위 및 크기를 결정하게 된다. 이 값들의 각각의 모서리들을 연결하면 육면체 형태로 나타나게 된다. 육면체 각각의 꼭지점을 지나고 방향은 직사일광 벡터의 반대방향의 벡터를 계산해서 직사일광 벡터를 법선벡터로 하는 평면과 만나는 점을 찾을 수 있다. 교차점을 계산하여 가상평면의 범위를 결정하게 된다. 가상평면이 설정되면 가상평면을 수직적으로 변환하여 평면의 범위 내에서 광자의 발생위치 x, y, z 를 쉽게 구할 수 있다. 난수를 이용하여 가상평면에서 광자 발생위치를 결정하게 되는데 가상평면은 태양의 고도에 따라 기울어져 있는 평면이 될 것이다. 계산과정을 단순하게 하기 위해서 가상평면을 수직으로 세워서 난수로 x 와 z 축의 발생위치를 결정하면 쉽게 광자의 x, y, z 축의 좌표를 계산할 수 있다. 가상평면의 크기가 결정되면 직사일광 조도를 이용하여 가상평면에서 나오는 총 광자의 세기를 결정한다. 광자의 개수를 결정하면 총 광자의 세기를 광자수로 나누어 광자 한 개당 세기가 결정된다. 광자의 개수와 광자의 세기가 결정되면 가상평면의 범위 내에서 난수를 이용하여 발생위치를 결정하고 광자를 발생시킨다.



[그림 3.5.2] 직사일광 조도를 계산하기 위한 광자의 개념

발생된 광자에 대해서 앞에서 언급한 광자와 평면이 만날 조건이 성립하는지를 검사하게 된다. 만약 모든 평면에 광자가 입사하지 않는 경우에 이 광자는 소멸시키고 가상평면에서 다음 광자를 발생시킨다. 검사 조건을 만족하는 것 중 광자의 발생위치에서 광자가 평면에 도달한 위치까지의 길이가 가장 짧은 것을 광자가 입사하는 평면으로 채택하고 이 평면에 광자의 누적 입사 횟수를 계산한다. [그림 3.5.2]는 사무실 창호를 통해 입사하는 직사일광에 의한 광자의 개념을 보인 것이다.

평면에 입사된 광자는 또 다른 새로운 방향으로 진행하게 되는데 먼저 재료의 반사율과 투과율에 따라 광자의 소멸 여부를 결정하게 된다. 소멸되지 않은 광자의 벡터는 입사각과 반사각을 결정하기 위해서 일반 직교 좌표계에서 평면의 극좌표계로 변환해야 하는데 우선 일반 직교 좌표계는 광자가 입사되는 평면의 교점으로 이동하게 된다. 그리고, 이동한 일반 직교 좌표계는 광자가 입사되는 평면의 직교 좌표계로 회전하게 된다. 평면의 직교 좌표계에서 x 축은 입력된 평면의 꼭지점 중 첫번째 지점을 끝점으로 선택하고 광자와 평면이 교차한 지점을 시작점으로 시작하여 x 축의 방향여현을 구할 수 있다. z 축의 방향여현은 평면의 법선벡터의 방향여현과 동일하게 설정한다. y 축의 방향여현은 벡터의 외적을 이용하여 z 와 x 의 외적을 계산하여 이것을 y 축의 방향여현으로 선택하게 된다. [그림 3.5.3]는 일반 직교 좌표계를 특정 평면의 직교 좌표계로 변화하는 것을 보인 것이다.



[그림 3.5.3] 일반 좌표계에서 특정 평면의 직교좌표계로 변환

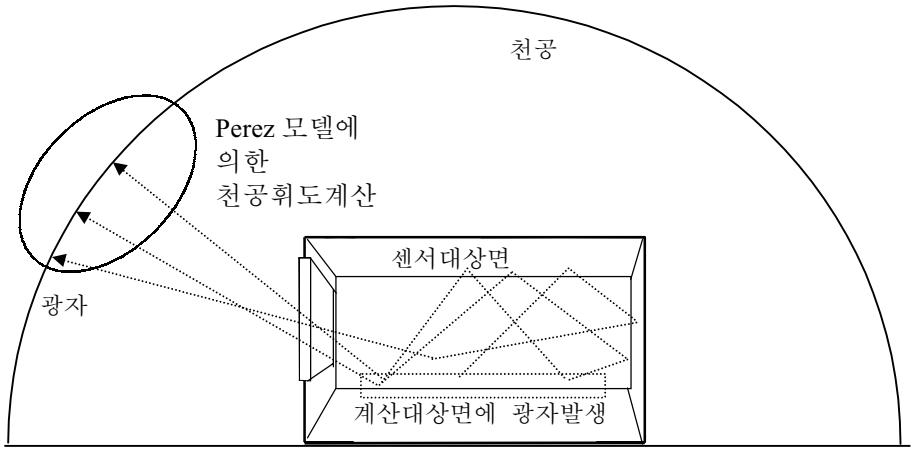
평면내의 직교 좌표계를 극좌표계로 변환하여 광자의 방향벡터를 입사각과 방위각으로 변환할 수 있다. 입사각이 결정되면 투과 및 반사특성에 따르는 반사각

을 결정하여 새로운 광자의 방향이 만들어지게 된다. 새로운 방향의 반사각과 방위각은 평면의 극좌표계에서 평면의 직교좌표계로, 다시 일반 직교좌표계로 변환하면서 새로운 x, y, z 방향벡터로 변환하게 된다. 새로운 방향벡터를 가진 광자는 다른 평면에 입사하는지를 다시 검사하게 된다. 이 과정은 광자가 소멸될 때 까지 계속된다. 직사일광의 광자가 모두 발생되어 모두 소멸한 후에는 계산 대상면에 입사된 광자의 총 개수를 계산하여 직사일광에 의한 계산 대상면의 조도를 구할 수 있다.

3.6 확산 천공광에 의한 실내 조도 분포 계산

확산 천공광에 의한 실내 조도 분포를 계산하기 위해서는 직사일광의 경우와 같이 광자의 발생위치, 진행방향과 광자의 개수와 크기를 먼저 결정해야 한다. 하지만 확산 천공광의 경우, 천공에서 광자의 발생위치, 진행방향 등을 결정하는데 어려움이 있기 때문에 계산 대상면에서 광자를 발생시켜 외부 천공에 도달한 광자를 선택하여 발생된 계산 대상면의 위치에 광자가 외부 천공에서 창호를 투과하여 도달한 것으로 간주할 수 있다. [그림 3.6.1]은 계산 대상면에서 광자를 발생시켜 외부 천공에 도달하는 예를 보인 것이다.

광자의 개수와 크기는 수평면 확산조도를 계산 대상면의 면적에 적용하여 총 광자의 세기를 결정하고 광자의 수에 따라 광자 한 개당 빛의 세기를 결정할 수 있게 된다. 외부 천공의 휘도 분포에 따라 외부 천공에 도달한 광자에 가중치를 주어 천공의 휘도 분포에 따른 영향을 계산할 수 있다. 광자가 모두 발생되었으면 계산 대상면에 들어온 광자의 개수를 계산하여 확산 천공광에 의한 계산 대상면의 실내 조도를 구할 수 있다.



[그림 3.6.1] 확산 천공광 조도를 계산하기 위한 광자의 개념