

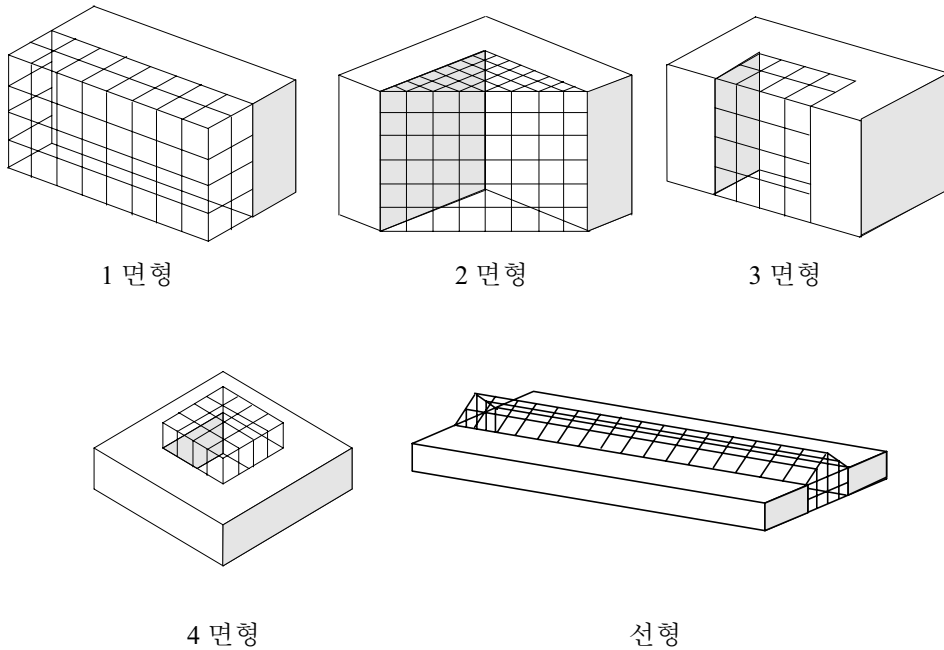
제 2 장 기본이론의 고찰

2.1 atrium의 자연채광과 관련한 주요 변수

atrium의 자연채광 성능을 결정하는 주요 변수로는 atrium의 형태, atrium 창호의 형태와 방위, 광정지수(Well Index), atrium 창호의 투과특성, 내부 마감재의 반사특성 등이 있다.

2.1.1 atrium의 형태

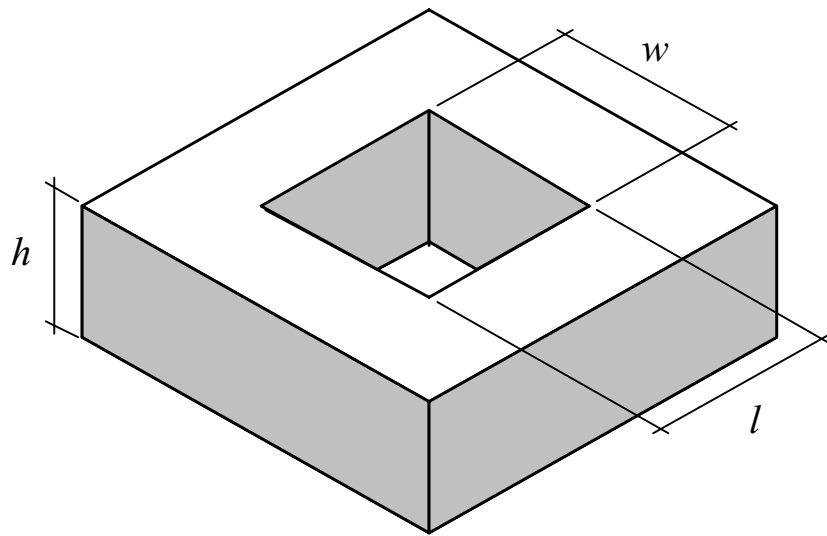
atrium 형태는 일반적으로 단순형과 복합형으로 나눌 수 있다. 단순형 atrium으로는 1면형, 2면형, 3면형, 4면형, 선형 atrium으로 나눌 수 있다. 복합형 atrium으로는 가교형, 기단형, 복수 수평형, 복수 수직형 atrium으로 나눌 수 있다. [그림 2.1.1]은 단순형 atrium의 예를 보인 것이다.



[그림 2.1.1] atrium 창호의 형태

아트리움의 기하학적 비례를 수치적으로 나타내는 것으로서 평면비(PAR, Plan Aspect Ratio), 단면비(SAR, Section Aspect Ratio) 및 광정지수(WI, Well Index) 등이 있다. PAR은 길이 대 너비의 비율을 말하며, SAR은 높이 대 너비의 비를 말한다. WI는 바닥면적에 대한 높이의 상대비율을 말한다. 본 연구에서는 아트리움의 깊이를 나타낼 때 WI를 사용하였다. (식 2.1.1)은 아트리움의 깊이를 나타내는 광정지수(WI)를 구하는 식으로서 [그림 2.1.2]와 같은 아트리움에 적용시킬 수 있다.

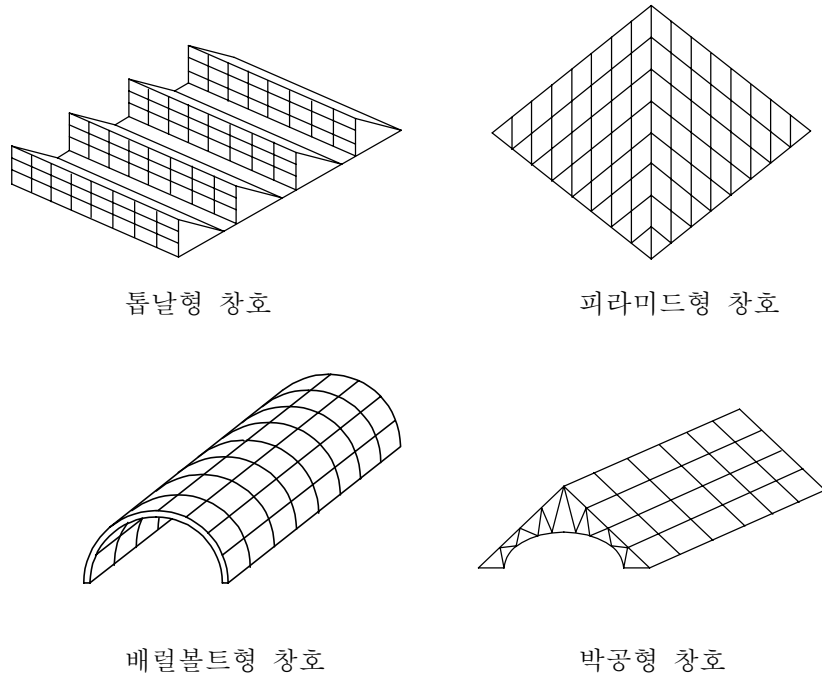
$$WI = \frac{(W + L) \times H}{2 \times (W \times L)} \quad (\text{식 2.1.1})$$



[그림 2.1.2] 광정지수(Well Index)

2.1.2 atrium 창호의 형태

atrium 창호 형태는 일반적으로 [그림 2.1.3]에 보인것과 같이 톱날형, 배럴볼트형, 피라미드형, 박공형 등을 들 수 있다.



[그림 2.1.3] atrium 창호

2.1.3 atrium 창호의 투과 특성

투과 재료의 투과 특성이란 입사한 빛이 입사각에 따라 투과 또는 반사 될 수 있으며, 재료의 투과 특성에 따라 투명유리 또는 확산유리로 구분된다. 투과율에 의해서 입사한 빛이 투과되거나 흡수되는 비율이 결정된다.

2.1.4 내부 마감재의 반사 특성

atrium 내부 표면에 입사한 빛은 표면 재료의 거칠기 정도에 따라서 경면 또는 확산 반사하며, 재료의 명암 정도에 따라 반사되는 빛의 양이 결정된다.

2.2 몬테카를로 방법

2.2.1 몬테카를로 방법의 기원 및 개념

몬테카를로 방법은 1949년에 Metropolis 와 Ulam 이 발표한 “The Monte Carlo Method”란 제목의 논문에서 처음으로 언급되었다고 볼 수 있다. 하지만 이 방법의 이론적 배경은 그 논문이 발표되기 훨씬 이전부터 이미 알려져 있었다. 좀더 자세히는, 1949년 이전에 때때로 어떤 통계적 문제를 난수(Random Number)를 사용한 무작위적인 표본을 이용하여 해결하였는데, 이것이 사실상 몬테카를로 방법이다. 그러나 수작업으로 난수를 다루는 것은 상당히 힘든 과정이기 때문에, 몬테카를로 방법의 수학적 적용은 컴퓨터의 발달에 의해 실용화 될 수 있었다. 1970 년대에 들어서 컴퓨터를 사용하여 복잡한 것을 계산할 수 있게 됨으로써 몬테카를로 방법을 사용할 수 있는 적용범위가 더욱 넓어지게 되었다. 컴퓨터를 이용한 몬테카를로 방법은 지구의 복사 열전달과 같은 물리적 현상이나 핵반응과 같은 고 에너지 물리적 현상의 시뮬레이션에 적용될 수 있다.

몬테카를로 방법의 장점 중의 하나는 계산 알고리즘이 다른 수학적 방법에 비해 간단하다는 것을 들 수 있다. 이 방법의 또 한가지 장점은 계산의 오차 범위를 구할 수 있는데 그것은 일반적으로 $\sqrt{D/N}$ 의 비율로 나타낼 수 있다. 여기서 D는 어떤 상수이고, N은 시도 횟수가 된다. 이 방법에서 아주 정확한 값을 얻는다는 것은 거의 불가능하다. 그래서 몬테카를로 방법은 주로 5~10% 정도의 오차를 허용할 수 있는 공학적인 문제들을 해결하는데 효과적으로 이용될 수 있다.

몬테카를로 방법을 이용하여 해결할 수 있는 문제들이 어떤 것들이 있는가에 대해 살펴보면, 난수 인자에 의해서 제어될 수 있는 모델이라면 어떤 것이든 다룰 수 있다. 두번째로, 확률을 가지고 있지 않은 많은 수학적 문제들에 대해서 이 방법은 컴퓨터를 이용한 통계적 추출 시도를 통해서 적절한 확률적 모델을 만들어서 문제를 해결할 수 있도록 해준다.

2.2.2 몬테카를로 방법의 확률 개념 및 난수 발생 방법

몬테카를로 방법은 확률을 기본 개념으로 사용하기 때문에 몬테카를로 방법에서 사용되는 기본적인 확률 개념에 대해서 설명하면 다음과 같다.

확률을 P_k 로 정의하고 일어날 수 있는 경우의 수를 사건 E_k 라 정의하면, 확률 P_k 는 0 과 1 사이에 존재한다. 만약 어떠한 경우에도 사건 E_k 가 발생한다고 한다면 확률은 1 이 되고 어떤 경우에도 발생하지 않는다면 확률은 0 이 된다.

만약 E_i 와 E_j 가 서로 독립이면, $P(E_i \text{ and } E_j) = 0$, $P(E_i \text{ or } E_j) = p_i + p_j$ 가 된다.

$E_i, i = 1, 2, 3, \dots, N$,이 서로 독립이면 $\sum_{i=1}^N p_i = 1$ 이 된다.

모든 X 에 대한 확률을 나타내는 것을 확률밀도함수 $P(x)$ 로, 이것에 대한 확률 누적함수인 확률분포함수를 $F(x)$ 로 나타낼 수 있다. 확률 변수 X 가 구간 $(x, x+dx)$ 사이의 값을 가지게 될 확률은 (식 2.2.1)과 같이 정의할 수 있다.

$$P(x)dx = [x < X < x+dx] \text{일 확률} \quad (\text{식 2.2.1})$$

확률 분포 함수 $F(x)$ 는 $P(x)$ 를 적분함으로써 구할 수 있는데 (식 2.2.2)와 같다.

$$F(x) = \int_a^x p(t)dt = [X \leq x] \text{일 확률} \quad (\text{식 2.2.2})$$

확률은 이산확률과 연속확률로 나눌 수 있는데 이산확률의 경우 빛이 투과재료에 입사하였을 경우 반사, 투과, 흡수되는 것을 확률로 결정할 때 적용되며, 연속확률의 경우 빛이 반사재료에 입사하였을 경우 재료의 반사특성에 따라 반사되는 빛의 분포를 확률적으로 결정할 때 사용하게 된다.

$$\text{이산확률의 경우 } x_j \text{에 대한 확률 } p_j \text{의 모든 합 } F(x) \text{는 } F(x) = \sum_{x_j \leq x} f(x_j) = \sum_{x_j \leq x} p_j$$

로 나타낼 수 있다.

$$\text{연속확률의 경우 } x \text{에 대한 분포함수 } F(x) \text{는 } F(x) = \int_{-\infty}^x f(v)dv \text{로 나타낼 수 있다.}$$

어떤 분포의 평균치 또는 평균을 μ 로 표시하고

$$\text{이산분포인 경우에는 } \mu = \sum_j x_j f(x_j) \text{로 나타낼 수 있고}$$

연속분포인 경우에는 $\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$ 로 나타낼 수 있다.

분포가 $x=c$ 에서 대칭이고 평균 μ 를 가지면, $\mu=c$ 이다.

분포의 분산 σ^2 은 이산분포의 경우 $\sigma^2 = \sum_j (x_j - \mu)^2 f(x_j)$ 이며

연속분포의 경우 분산 $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x)dx$ 가 된다.

몬테카를로 방법을 이용하는데 있어서 중요하게 고려되어야 할 부분 중의 하나는 분포가 균일한 난수를 발생시키는 것이다. 만약 균일하지 못한 편중된 분포를 가지는 난수열을 가지고 몬테카를로 방법을 적용시키면 결과는 왜곡되어 쓸모없는 값이 된다. 따라서 난수는 완전히 무작위적이고 균일한 분포를 가지는 임의의 수열로 이루어지는 것이 가장 바람직하다.

어느 특정한 구간에서 모든 값이 나타날 확률이 일정하면서, 발생된 순서가 인접한 숫자 간의 상관도가 없는 난수열의 분포를 균일확률분포(uniform probability distribution)라 하며, 이 분포는 다른 모든 확률의 기초가 된다. 이러한 확률 분포를 얻기 위해서는 주사위를 던지는 것과 같은 실험을 하여 얻을 수도 있지만, 난수의 발생 횟수가 많아질 경우 이런 방법은 거의 불가능해지기 때문에 컴퓨터를 이용하여 난수를 발생 시키는 것이 훨씬 효율적이다. 하지만 컴퓨터를 이용하여 난수를 발생시키는 경우 완전히 무작위적이지 못하거나 어떤 일정한 주기를 가질 수 있다. 미리 정해진 지시에 따라 정확하게 작동하는 컴퓨터로 균일 분포를 가지는 난수를 발생한다는 것은 앞뒤가 맞지 않는 것 같지만 주어진 알고리즘에 의해 결과적으로 생성되는 일련의 수들이 마치 무작위로 꺼내는 난수처럼 보이게 할 수 있다. 따라서 난수 발생기는 모든 통계적 검사를 통과해야 하고 그 주기가 충분히 길어야 한다. 난수 발생기의 초기 조건이 같으면 동일한 난수를 발생시켜야 하고, 초기 조건이 약간이라도 변화하면 전혀 다른 난수를 발생시켜야 한다. 컴퓨터가 다르더라도 초기 조건이 같으면 같은 난수를 발생시켜야 한다.

난수 발생에서 고려해야 할 점들을 요약해 보면 다음과 같다.

(1) 무작위성과 균일성을 갖는 좋은 분포를 가져야 한다.

- (2) 긴 주기를 가져야 한다.
- (3) 재생이 가능해야 한다.
- (4) 계산하는데 있어서 효율성을 가져야 한다.

컴퓨터를 이용하여 균일 확률 분포를 가지는 난수를 발생시키는 방법은 여러가지가 있다. 그 중 일반적인 것으로는 선형 합동적 방법(Linear Congruential method)이 있다.

Metropolis 와 Neumann(1945)이 몬테카를로 방법을 처음으로 개발했을 때 사용한 난수 생성 방법은 중앙 평방 방법으로써 수열의 현재 수를 제공하여 생성된 수의 중간 부분을 꺼내서 사용하는 것이었다. 정밀한 난수의 테스트 방법이 개발되면서 이 방법의 단점이 많이 드러나 더 이상 사용하지 않게 되었다.

선형 합동적 방법은 Lehmer(1948)가 처음 사용한 이래 거의 표준적으로 사용되어 왔고 가장 좋은 방법으로 알려져 있다. 어떤 정수 S_i 가 주어졌을 때 이 수열은 (식 2.2.3)과 같다.

$$S_{i+1} = (aS_i + c) \bmod m \quad \text{(식 2.2.3)}$$

여기서 a 는 승수(multiplier), c 는 증분(increment), m 은 계수(modulus)라고 부르며 이들은 모두 음이 아닌 정수들이다. $N \bmod m$ 은 N 을 m 으로 나누고 난 나머지를 말한다. 예를 들면 $5 \bmod 3 = 2$, $15 \bmod 10 = 5$ 가 된다.

이러한 방법으로 발생시킨 난수는 최대 m 이하의 주기를 갖는 것을 알 수 있다. 따라서 a 와 c 의 자리에 어떤 값을 할당하느냐에 따라 수열의 주기가 m 보다 작아질 수 있게 된다. 예를 들어 $a = 1, c = 1$ 로 놓으면 $S_{i+1} = S_i + 1$ 이 되어 최대 주기 m 이 구현되지만 이렇게 해서 생성된 수열은 난수라고 하기에는 부적당하다. 또 하나의 예로서 $a = 3, c = 1, m = 16$ 으로 놓고 $S_1 = 7$ 부터 시작해 보면, 0~15 사이의 수 중에서 {7, 6, 3, 10, 15, 14, 11, 2}만이 순서대로 생성되고 나머지 수는 생성되지 않는다. 따라서 a, c, m 을 결정하는 것은 좋은 난수를 발생시키는데 상당히 중요한 요건이 된다. 이에 관해서 많은 연구들이 이루어졌는데 그 중 몇 가지는 다음과 같다.

우선 계수(m)의 경우를 볼 때, 계수는 우선 최대 주기를 결정하기 때문에 사용하는 컴퓨터의 Word 크기만큼 잡는 것이 좋다. $M = W = 2^n$ 예를 들어 32 비트 기계

에서는 $W = 2^{32}$ 이 기계가 구별할 수 있는 가장 큰 정수이다. 그보다 더 큰 수는 컴퓨터의 유효치를 넘어가기 때문에 W 로 나눈 나머지 만이 메모리에 남게 된다. 또 계수를 기계의 Word 크기로 잡으면 계산을 컴퓨터의 기초적 연산인 비트 이동에 의해 할 수 있어서 난수를 생성하는 시간이 단축된다. 몬테카를로 시뮬레이션에서 난수를 생성하는 데에 소요되는 시간 중 난수를 생성하는데 소요되는 시간이 전체 계산 시간의 수십 퍼센트가 된다는 것을 고려해 볼 때 난수 생성 시간을 줄이는 것은 전체 계산 시간을 줄이는데 큰 영향을 줄 수 있다. 특히 정확도가 상당히 높은 계산치가 요구되는 문제에 대해서 천문학적인 난수를 발생시켜야하는 경우가 생길 수 있으므로 계산 시간을 줄일 수 있는 알고리즘은 상당히 중요한 몫을 한다.

그런데 m 이 W 이면 생성되는 난수의 낮은 자리는 높은 자리보다 덜 불규칙해 진다는 것으로 알려져 있다. 그래서 연산 과정이 조금 복잡하지만 $m = W \pm 1$ 로 취하면 이런 결점이 개선된다.

계수 m 을 결정하는 데에는 선택의 여지가 그리 많지 않다. 증분 c 또한 난수열의 성질에 그리 큰 영향을 미치지 않는다. 하지만 승수 a 는 선택의 여지가 많을뿐더러 승수의 적절한 선택은 최대 주기를 갖고 무작위해 보일 수 있게 해준다. 경험적으로 또는 여러 가지 연구에 의해서 얻어진 유명한 난수 생성자들의 승수 a 와 계수 m 을 보면 [표 2.1.1]과 같다.

[표 2.2.1] 유명한 선형 합동적 난수 생성자

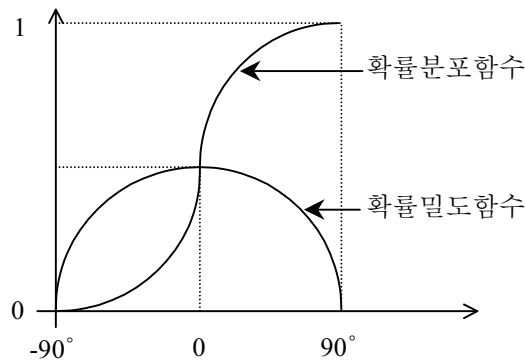
A	M	c	
23	10^8+1	0	Lehmer
$2^7 + 1$	2^{35}	1	Rotenberg
3141592653	2^{35}	271828128	
65539	2^{29}	0	RANDU – IBM/360
69069	2^{32}	1	Marsaglia – VAX
16807	$2^{31} - 1$	0	SURAND – IBM/360
1664525	2^{32}	0	IMS
742938285	$2^{31} - 1$	0	l'Ecuyer
515	2^{47}	0	CDC

이외에도 난수 발생 방법으로 Fibonacci 수열, Tausworthe의 레지스터 자리이동 방법, 빌러빼기 방법 등이 있다.

2.2.3 반사재료의 반사특성을 고려한 난수 발생

앞에서 언급한 난수발생 방법으로 균일 확률 분포를 갖는 난수 발생기를 만들었으면 그것을 이용하여 재료의 특성에 따른 확률 분포를 갖도록 변화시켜야 한다. 변환 방법으로는 일반적으로 역변환 방법(Inverse Transformation Method)과 거부법(Rejection Method)이 사용된다(김재삼 1997).

광도의 크기에 따른 난수 발생 확률을 조절하기 위해서 광도의 분포를 확률 밀도 함수로 변환시켜야 된다. 반사 각도별 광도의 크기는 단위 세기의 빛의 출현 회수로 생각할 수 있기 때문에 확률 밀도 함수로 변환시킬 수 있다. [그림 2.2.1]은 확산면에 대한 난수발생을 도식화 한 것이다.



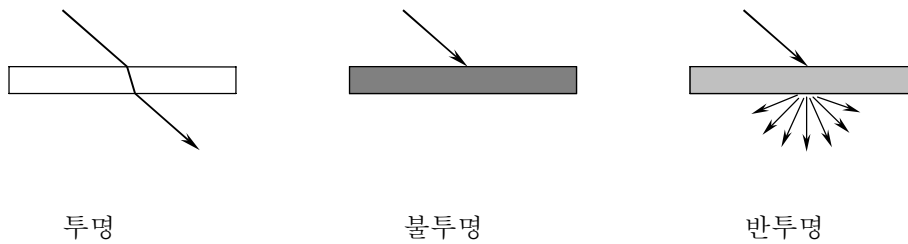
[그림 2.2.1] 확산면에 대한 빛의 반사를 확률적으로 고려한 난수 발생

확률밀도함수의 적분값의 함수인 확률분포함수를 구하고 이 함수의 역함수를 구하여 균일한 확률분포를 가지는 난수를 발생시켜 확률분포함수의 역함수에 대입시키면 확산 반사에 의한 빛의 반사 분포와 같은 확률적 난수를 발생시킬 수 있다. 발생된 난수를 이용하여 빛이 반사되는 각도를 결정할 수 있게 된다.

완전확산면의 경우 입사각이 0° 에서 90° 의 구간에서 확률밀도함수는 cosine 함수와 일치하며 확률밀도함수는 코사인함수의 적분값의 함수인 sine 함수로 나타낼 수 있다. 역함수는 arcsine 함수로 나타낼 수 있다.

2.2.4 유리재의 투과특성을 고려한 난수 발생

투과재료를 투과특성에 따라 분류해 보면 투명재료, 불투명재료, 반투명재료로 분류할 수 있다.



[그림 2.2.2] 투명재료의 투과특성

유리재와 같은 투과재료에 빛이 입사하게 되면 입사각에 따라서 입사한 빛의 일부는 유리재의 표면에서 반사되고, 일부는 재료에 흡수되며 나머지는 투과하게 된다.

빛이 투과재료에 흡수되는 것은 재료의 투과율에 의해 결정할 수 있지만 재료의 투과와 반사는 입사되는 빛의 각도에 의해서 결정된다. (식 2.2.4)를 이용하여 유리재의 투과율을 빛의 입사각에 의해 구할 수 있다(Rivero 1958).

$$T_{\theta} = 1.018T_0 (\cos\theta + \sin^3\theta \cos\theta) \quad (\text{식 2.2.4})$$

여기서 T_{θ} : 빛의 입사각이 θ 인 경우의 투과율

T_0 : 빛이 수직으로 입사하는 경우의 투과율

투과재료에 대한 투과특성에 따른 난수를 발생시키기 위해서는 먼저 빛이 투과재료에 입사하여 반사하는지, 투과하는지를 계산하고 재료가 반투명인 경우에는 위에서 언급한 확산면에 대한 반사재료의 난수 발생방법을 적용시켜 빛이 재료를 투과한 후의 방향을 결정할 수 있다.

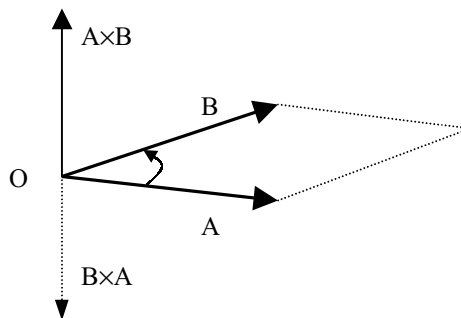
2.3 광선 추적기법(Ray-tracing Technique)

광선 추적기법은 어떤 입자의 움직임에 따른 운동 방향과 크기를 벡터화시켜 공간 내에서 입자의 운동 경로를 수학적으로 예측할 수 있는 기법이다. 따라서 이 방법을 적용시키기 위해서는 벡터에 대한 기본적인 이론과 이 벡터가 공간상의 어떤 평면과 만날 경우 만나는 점의 교점과 이루는 각 등을 계산하는 식을 알아야 한다. 교차한 면에 대한 반사 특성, 투과 특성 등과 같은 벡터의 방향이나 크기에 변화를 줄 수 있는 특성 등을 고려하여 벡터의 새로운 방향과 크기를 결정하게 된다.

2.3.1 벡터의 내적과 외적

벡터의 내적은 두 벡터의 크기를 곱하고 두 벡터의 사잇각을 곱함으로써 계산될 수 있다. 이것을 이용하여 벡터와 평면과의 각도를 계산할 수 있으며 벡터와 평면이 교차하는지에 대한 검사에도 이용된다.

벡터의 외적은 두 벡터를 두 변으로 하는 평행사변형의 넓이와 같고 방향은 이 평행사변형의 면과 수직으로써 A에서 B로 돌린 나사가 진행되는 방향과 같은 벡터를 이 두 벡터의 외적 또는 벡터곱이라고 한다. 벡터의 외적을 이용하여 직교 좌표계를 각각의 평면위로 변환시키는데 필요한 단위벡터를 결정할 수 있다. [그림 2.3.1]은 벡터의 외적을 도식화한 것이다.



[그림 2.3.1] 벡터의 외적

2.3.2 공간상에서 직선과 평면과의 기하학적 관계

빛의 직진성을 고려하여 광자의 운동형태를 직선방정식으로 나타낼 수 있는데, 이때 광자의 운동방향과 평면과의 기하학적 관계를 계산할 때 공간의 직선방정식과 평면방정식을 적용시킬 수 있다.

직선 $\frac{x-x_0}{L} = \frac{y-y_0}{M} = \frac{z-z_0}{N}$ 와 평면 $Ax + By + Cz + D = 0$ 이 주어졌을 때 이들 사이의 위치관계는 평행, 수직 또는 임의의 각도로 교차하게 된다. 각각의 조건은 다음과 같다.

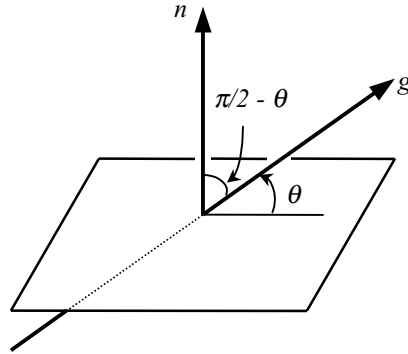
1) 평행 : 직선과 평면이 평행하기 위한 필요충분조건은 평면의 법선 방향비(A, B, C)와 직선의 방향비(L, M, N)가 서로 수직인 관계에 있어야 하므로 $(A, B, C) \cdot (L, M, N) = 0$ 이 되어야 한다. 따라서 직선과 평면이 평행하기 위한 조건은 $AL + BM + CN = 0$ 이다.

2) 수직 : 직선과 평면이 수직이 될 필요충분조건은 평면의 법선 방향비(A, B, C)와 직선의 방향비(L, M, N)가 적당한 실수 r 에 대하여 $(A, B, C) = r(L, M, N)$ 이 성립하는 것이다. 따라서 직선과 평면이 수직이 될 조건은

$$\frac{L}{A} = \frac{M}{B} = \frac{N}{C} \text{ 이 된다.}$$

3) 교차 : 먼저 직선과 평면이 만나는 교점의 좌표를 구하기 위해서 직선을 조금 다르게 표시하면 $x = x_0 + Lr, y = y_0 + Mr, z = z_0 + Nr$ 으로 표시할 수 있다. 이것을 평면의 식에 대입하여 $(AL + BM + CN)r = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D)$ 로부터 r 값을 구할 수 있고 r 값을 직선식에 대입하여 교점의 좌표를 구할 수 있다. 직선과 평면이 이루는 각 θ 는 직선과 평면의 법선 벡터와 이루는 각을 구해서 얻을 수 있다.

[그림 2.2.2]는 평면과 직선이 만나는 각을 도식화한 것이다. 공간내의 평면과 직선이 교차하는 각은 (식 2.3.1)을 이용하여 구할 수 있다.



[그림 2.3.2] 광자와 평면이 이루는 각

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{AL + BM + NC}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{L^2 + M^2 + N^2}} \quad (\text{식 2.3.1})$$

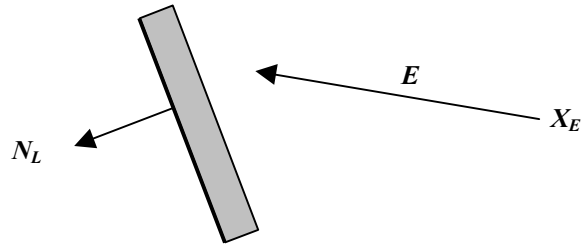
2.3.3 광자와 공간의 평면이 만날 조건

광자가 재료의 표면에 의해 반사, 흡수, 굴절되는 것을 시뮬레이션하기 위해서 우선 광자가 재료의 표면에 입사하는지의 여부를 검사하여야 한다.

검사할 조건을 보면 ‘광자의 방향과 표면의 방향이 반대인가?’, ‘표면의 범위안에 광자가 들어오는가?’, ‘표면이 광자가 발생된 지점의 뒤쪽에 있지는 않은가?’에 대한 조건을 검사해야 한다.

(1) ‘광자의 방향과 표면의 방향이 반대인가?’에 대한 검사

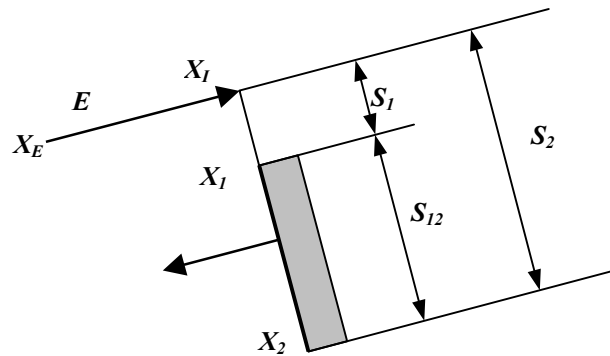
[그림 2.3.3]에서 \mathbf{X}_E 는 광자의 발생점, \mathbf{E} 는 방향성분, \mathbf{N}_L 은 평면의 법선 벡터를 나타내며, 조건식은 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{N}_L > 0$ 인 경우에 평면에 입사하지 않는다는 것을 알 수 있다.



[그림 2.3.3] 광자의 방향과 표면의 방향 검사

(2) ‘평면의 면적 안에 광자가 들어오는가?’에 대한 검사

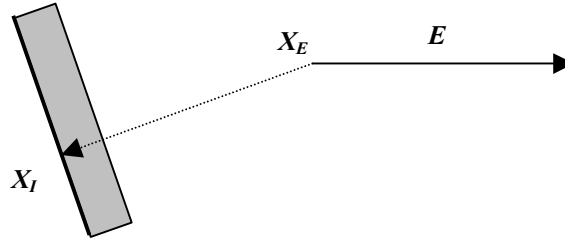
[그림 2.3.4]에 보인 것과 같이 $S_1 + S_2 > S_{12}$ 일 경우 광자가 평면의 범위를 벗어남을 알 수 있고, 여기서 S_1 과 S_2 는 $S_i = |X_{i,L} - X_{i,L}|^2$ ($i=1,2$)로 부터 구할 수 있다.



[그림 2.3.4] 광자가 평면의 범위안에 들어오는가를 검사

(3) ‘표면이 광자가 발생된 지점의 뒤쪽에 있지는 않은가?’ 에 대한 검사

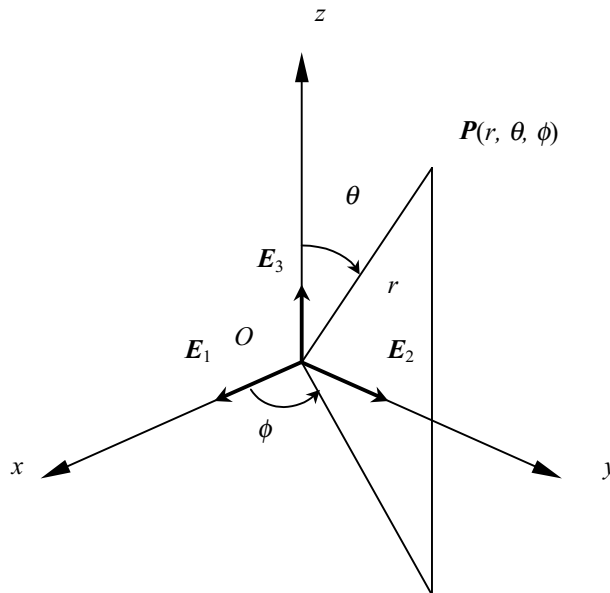
[그림 2.3.5]에 보인 것과 같이 $(X_{i,L} - X_E) \cdot E < 0$ 일 경우 광자의 출발점이 평면의 뒤쪽에 있음을 알 수 있다. 여기서 X_E 는 입자의 발생점, $X_{i,L}$ 은 평면과 만나는 교점, E 는 입자의 방향성분 벡터가 된다.



[그림 2.3.5] 평면이 광자의 출발점 뒤에 있는지의 검사

2.3.4 반사 또는 투과 광자의 벡터 계산

우리가 일반적으로 쓰는 벡터는 x, y, z 를 축으로 하는 직교좌표계를 사용한다. 그러나 입사각, 반사각 등 어떤 각도를 이용해 그 점의 위치나 벡터의 방향을 알아야 할 경우 좌표계를 원주좌표계나 극좌표계로 변환시켜야 한다. 극좌표는 [그림 2.3.3]과 같이 나타낼 수 있다.

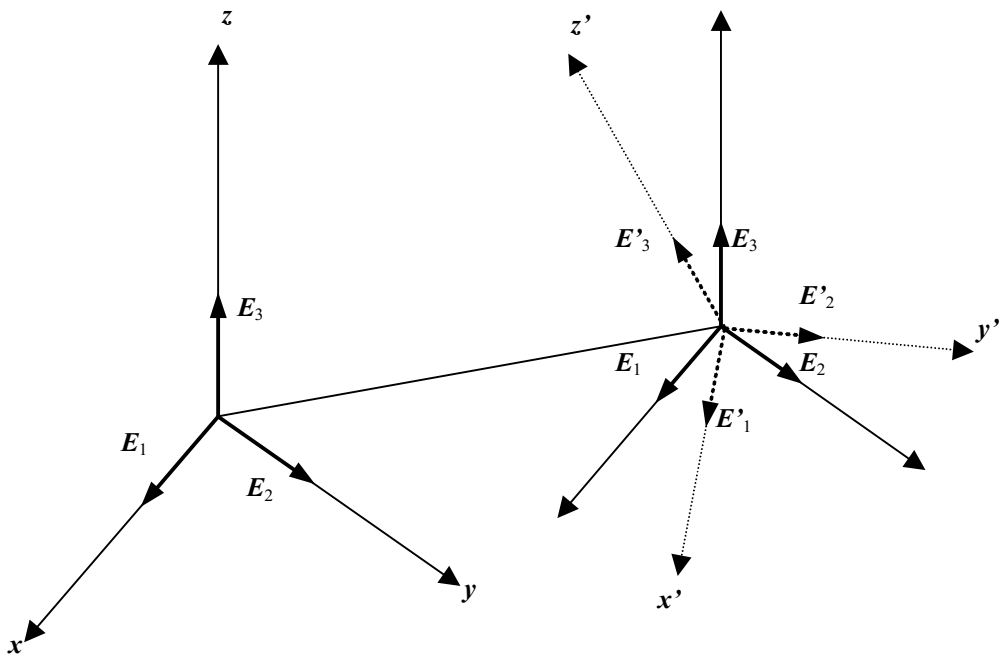


[그림 2.3.6] 극좌표계

점 P 의 직교좌표 (x, y, z) 와 극좌표 (r, θ, ϕ) 사이에는 (식 2.3.2)가 성립한다(권택연 외 1976).

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \tan \theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \\ \tan \phi = y/x \end{cases} \quad (\text{식 2.3.2})$$

어떤 평면에 대해 극좌표를 적용시키기 위해서는 좌표계의 좌표변환이 필요하다. 좌표변환은 평행이동에 의한 좌표변환과 회전에 의한 좌표변환으로 이루어지는데 어떤 변환을 먼저하든 순서에는 상관없다. [그림 2.3.4]는 좌표축 변환을 도식화한 것이다.



[그림 2.3.7] 평행이동과 회전에 대한 좌표변환

직교좌표계 $\Sigma = \{\mathbf{O}, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3\}$ 를 먼저 (x, y, z) 만큼 평행이동시켜 $\Sigma^* = \{\mathbf{O}', \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3\}$ 을 얻고 다음에 \mathbf{O}' 를 중심으로 좌표계 Σ^* 를 회전시켜 $\Sigma' = \{\mathbf{O}', \mathbf{E}'_1, \mathbf{E}'_2, \mathbf{E}'_3\}$ 을 얻을 수 있다.

벡터 $\mathbf{E}'_1, \mathbf{E}'_2, \mathbf{E}'_3$ 의 Σ 에 관한 좌표의 성분을 각각 $(a_{11}, a_{21}, a_{31}), (a_{12}, a_{22}, a_{32}), (a_{13}, a_{23}, a_{33})$ 이라고 하면 (식 2.3.3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} E'_1 = a_{11}E_1 + a_{21}E_2 + a_{31}E_3 \\ E'_2 = a_{12}E_1 + a_{22}E_2 + a_{32}E_3 \\ E'_3 = a_{13}E_1 + a_{23}E_2 + a_{33}E_3 \end{cases} \quad (\text{식 2.3.3})$$

평면에서와 같은 방법으로 점 P의 Σ, Σ' 에 관한 좌표 (x, y, z) 와 (x', y', z') 과의 관계식은 (식 2.3.4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \quad (\text{식 2.3.4})$$

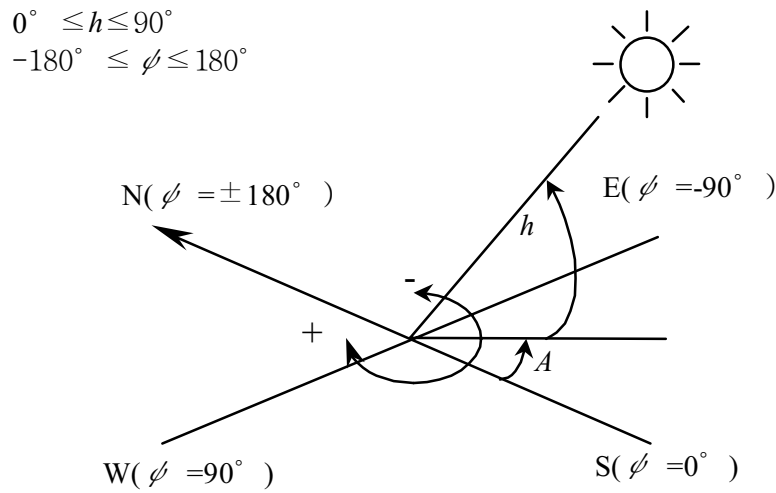
또 이것은 (식 2.3.5)와 같이 변환시킬 수 있다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & x_0 \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & y_0 \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{식 2.3.5})$$

2.4 외부 조도 및 천공의 휘도 분포

2.4.1 태양의 고도와 방위각

외부 조도 및 천공의 휘도 분포를 계산하기 위해서 우선 태양의 고도와 방위각을 계산해야 한다. 태양의 고도와 방위각은 계산 대상 장소의 위도와 경도 및 계산 대상 날짜와 시간으로부터 구할 수 있다.



[그림 2.4.1] 태양의 위치

[그림 2.4.1]에 보인 태양 고도(h)와 방위각(ϕ)은 각각 (식 2.4.1)와 (식 2.4.2)에 의해서 구할 수 있다.

$$h = \sin^{-1}(\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega) \quad (\text{식 2.4.1})$$

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{\sinh \sin \varphi - \sin \delta}{\cosh \cos \varphi} \right) \quad (\text{식 2.4.2})$$

여기서, φ : 위도 [$^\circ$]

δ : 태양 적위 [$^\circ$]

ω : 시각 [$^{\circ}$] (1 시간당 15° 의 비율로 시간을 각도로 환산한 값)

계산 대상일의 태양 적위를 구하기 위해서는 1 월 1 일부터의 통산일과 태양 황경값을 구해서 계산할 수 있다. 통산일을 구하는 방법은 통산일을 계산하는 달의 전달 말일까지의 통산일에 그 달의 예측 날짜를 더함으로써 얻을 수 있다. (식 2.4.3)는 M 월 D 일의 통산일 n 을 구하는 식을 나타낸 것이다.

$$n = \text{int}[\{153(M-1) + Z\}/5 + D] \quad (\text{식 2.4.3})$$

여기서, $M < 3$ 일때 $Z=2$

$M \geq 3$ 일때 $Z=-9$

$\text{int}[x]$ 는 x 의 소수 부분을 제외한 정수 부분을 나타낸다.

황경값(B)은 (식 2.4.4)와 같이 얻어진 통산일(n)을 이용하여 계산할 수 있다.

$$B = 360 \frac{n-81}{365} (^{\circ}) \quad (\text{식 2.4.4})$$

태양 적위(δ)는 (식 2.4.5)에 의해 근사적으로 계산할 수 있다.

$$\delta = \sin^{-1}(\sin 23^{\circ}27' * \sin B) = \sin^{-1}(0.397949 * \sin B) \quad (\text{식 2.4.5})$$

시각(ω)는 (식 2.4.6)에 의해서 계산할 수 있다.

$$\omega = (t_{AS} - 12) \times 15 = \left\{ t + \left(E + \frac{L - L_S}{15} - 12 \right) \right\} \times 15 \quad (\text{식 2.4.6})$$

여기서, t_{AS} : 진태양시

t : 표준시

E : 균시차

L : 경도

L_S : 표준 자오선의 경도 (135° E)

근시차(E)는 평균 태양시와 진태양시의 차이를 말하며, (식 2.4.7)과 같은 근사식에 의해 구할 수 있다.

$$E = \frac{1}{60}(9.87 \sin 2B - 7.53 \cos B - 1.5 \sin B)$$

$$= 0.1645 \sin 2B - 0.1255 \cos B - 0.025 \sin B \quad (\text{식 2.4.7})$$

2.4.2 Perez 천공 모델

자연채광에 의한 실내 조도를 예측하기 위해서는 외부의 직사일광과 천공 확산광에 의한 조도를 알아야 하는 것은 무엇보다 중요하다. 천공광의 경우, 실제 천공 상태의 휘도 분포를 정확하게 예측하기란 거의 불가능하다. 하지만 많은 연구에 의해서 실제 천공 상태와 비슷한 천공 모델들이 개발되었다.

CIE는 Kittler의 청천공 모델(Kittler 1965)과 Pierpoint의 부분 담천공 모델(Pierpoint 1983), Moon과 Spencer의 담천공 모델(Moon and Spencer 1942)을 표준 천공 모델로 채택하였다. CIE 표준 담천공 모델은 태양이 완전히 구름에 가려 안보이는 것으로 가정한다. 그러나 여러 지역에서의 실제 천공 상태는 종종 서로 상당히 다른 것으로 나타나므로 많은 연구자들에 의한 연구결과가 발표되어 왔다.

현재까지 개발되어 있는 천공 휘도 분포 모델 중 다양한 상태의 천공 조건에 대해 가장 접근한 결과를 얻을 수 있는 모델은 Perez의 천공 모델(Perez et al. 1990, 1993)이라고 할 수 있다.

Perez와 그의 동료들은 실제 천공 상태에서의 일사 데이터로부터 천공의 분포를 모델링하기 위한 기존의 방법(Brunger's model, Harrison's model, Kittler's model, Matsuura's model, Perraudeau's model, ASRC-CIE model)들이 가지고 있는 몇 가지 기본적인 단점과 장점들을 비교하였다(Perez et al. 1993).

다음의 [표 2.4.1]~[표 2.4.4]는 실제 천공과 Perez 모델, 기타 다른 천공 모델들의 평균 오차(MBE), 평균 제곱근 오차(RMSE)를 비교한 것이다.

[표 2.4.1] 전체 천공 상태에서의 천공 모델 비교

	Entire Sky		Zenithal Region		Sun-facing Region		E/W-of-sun Region		N-of-sun Region	
평균 휘도	4748		4294		8377		4003		3446	
	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE
ASRC-CIE	-75	2113	87	1920	-10	3776	-42	1396	-361	1250
Brunger	227	2312	207	2092	-489	4157	-268	1511	-333	1344
Perraudeau	26	2553	-250	2238	36	4097	111	1913	112	2147
Harrison	197	2363	283	2045	-1063	4324	-195	1522	109	1356
Matsuura	161	2443	267	2255	-1058	4451	-27	1489	-46	1426
Kittler	229	2520	461	2350	-1373	4536	-165	1552	-6	1552
Mean sky	0	1880	0	1768	1	3319	1	1264	0	1079
Perez Model	-12	1966	23	1846	-24	3469	-41	1320	22	1144

[표 2.4.2] 청천공 상태에서의 천공 모델 비교

	Entire Sky		Zenithal Region		Sun-facing Region		E/W-of-sun Region		N-of-sun Region	
평균 휘도	3808		3040		7155		3199		2757	
	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE
ASRC-CIE	-101	1051	-23	1135	100	1736	-125	681	-310	713
Brunger	-275	1350	96	1072	-394	2442	-310	887	-453	910
Perraudeau	-340	1434	121	1032	393	2175	-579	1182	-965	1390
Harrison	-300	1334	261	1014	-664	2374	-441	1013	-224	726
Matsuura	-102	1051	-22	1135	95	1734	-125	681	-312	715
Kittler	-252	1163	450	1196	-394	1833	-383	849	-534	860
Mean sky	0	773	0	761	0	1307	0	543	0	472
Perez Model	-10	905	-18	897	5	1558	-103	587	177	585

[표 2.4.3] 밝은 담천공 상태에서의 천공 모델 비교

	Entire Sky		Zenithal Region		Sun-facing Region		E/W-of-sun Region		N-of-sun Region	
평균휘도	12067		14238		18393		10244		7954	
	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE
ASRC-CIE	36	3952	193	4038	-999	7018	573	2474	-282	1981
Brunger	-26	4423	534	5009	582	7676	-553	2605	-43	2172
Perraudeau	161	6144	-1665	5872	-3412	9120	2736	4631	4829	5743
Harrison	57	4382	401	4404	-3195	7772	519	2607	1722	2666
Matsuura	-431	5877	1242	6021	-7319	10660	426	3077	2420	3558
Kittler	-365	5981	964	6085	-7379	10765	591	3176	2736	3829
Mean sky	0	3721	0	3960	2	6584	0	2212	0	1929
Perez Model	-38	3790	340	4027	-501	6662	-85	2304	110	1989

[표 2.4.4] 어두운 담천공 상태에서의 천공 모델 비교

	Entire Sky		Zenithal Region		Sun-facing Region		E/W-of-sun Region		N-of-sun Region	
평균휘도	1114		1313		1109		1055		1043	
	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE	MBE	RMSE
ASRC-CIE	-59	554	108	402	-146	752	-88	523	-88	533
Brunger	-24	527	42	377	-87	717	-28	496	-25	507
Perraudeau	95	586	-180	438	243	773	139	555	148	574
Harrison	15	596	-45	457	356	888	-40	513	-122	545
Matsuura	-59	554	108	402	-146	752	-88	523	-88	533
Kittler	-59	555	109	403	-147	752	-88	523	-89	533
Mean sky	0	497	0	357	1	670	0	469	0	484
Perez Model	-1	521	-18	372	-41	706	23.5	493	2	504

CIE 표준 천공은 단지 청천공(Clear Sky), 부분적으로 구름낀 천공(Partly Cloudy Sky), 담천공(Overcast Sky)에 대한 것만을 포함하고 있기 때문에, 좀더 정확하고 다양한 상태에 대한 것을 나타내기 위해 Perez 는 담천공에서 청천공에 이르는 모든 천공 휘도 분포의 변화를 설명하기 위한 모델을 만들었다. 그들은 태양 천정각(z), 대기의 청정도(ϵ), 천공의 밝기(Δ) 및 대기의 수증기량(W)의 4 가지 인자를 가지고 천공 청정도의 값과 일사 상태를 이용하여 완전히 흐린 날에서 매우 청정한 날까지 8 단계로 구분된 천공상태(천공 청정도 단계 1-8)로 분류하고 있다. 천공의 청정도, 천공의 밝기, 대기 수증기량은 (식 2.4.8)~(식 2.4.10)에 의해서 얻어질 수 있다.

$$\epsilon = [(I_d + I_{DN}) / I_d + 1.104Z^3] / [1 + 1.104Z^3] \quad \text{(식 2.4.8)}$$

$$\Delta = I_d \times m / I_{ON} \quad \text{(식 2.4.9)}$$

$$W = \exp(0.07 \times T_d - 0.075) \quad \text{(식 2.4.10)}$$

2.4.10)

여기서

I_d : 수평면 확산 일사 (w/m^2)

I_{DN} : 법선면 직달 일사 (w/m^2)

M : 광학적 대기의 두께

I_{ON} : 대기권밖의 법선면 일사(w/m^2)

T_d : 3 시간 동안의 지표면 노점 온도($^{\circ}C$)

태양 천정각(Z)은 다음 (식 2.4.11)에 의해서 계산될 수 있다:

$$Z = (\pi/2) - a_t \\ = (\pi/2) - \{\sin^{-1}[\sin l \sin \delta - \cos l \cos \delta \cos (\pi t / 12)]\} \quad \text{(식 2.4.11)}$$

2.4.11)

여기서

a_t = 태양 고도각(rad)

l = 지역의 위도

δ = 태양 적위

t = 진태양시

대기의 청정도를 계산하기 위해서 수평면 확산 일사와 법선면 직달 일사가 필요하다. 국제 기후 센터 중에서 Cornell 대학에 있는 북동부 지역 기후 센터(NRCC, Northeast Regional Climate Center)에서 Meyers 와 Dale 모델을 이용하여 시간별 태양 복사 데이터를 만들었다. Meyers 와 Dale 의 모델은 (식 2.4.12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$I_T = I_{Oh} (\cos Z) T_R T_g T_w T_a T_c \quad (\text{식 2.4.12})$$

2.4.12)

여기서

I_T : 전체 일사량 (w/m^2)

I_{Oh} : 대기권 밖의 수평면 일사 (w/m^2)

T_R : Rayleigh 산란에 의한 투과 계수

T_g : 영구 기체 흡수

T_w : 수증기에 의한 흡수

T_a : 대기중 부유불질에 의한 흡수 및 산란

T_c : 구름에 의한 흡수 및 산란

시간별 전체 태양 일사의 직달요소와 확산 요소는 전체 태양 일사로부터 각각의 인자를 계산하는 방법인 Erbs 의 방법에 의해서 구할 수 있다. 이 방식은 시간별 청정도 지표(k_T)로 I_d/I_T 의 값을 결정한다. 시간별 청정도 지표는 (식 2.4.13)~(식

2.4.16)에 의해서 얻을 수 있다.

$$k_T = \frac{I_T}{I_{Oh}} \quad (\text{식 2.4.13})$$

여기서,

k_T : 시간별 청정도 지표

I_{Oh} : 대기권 밖의 수평면 일사(w/m²)

$$\begin{aligned} \frac{I_d}{I_T} &= 1.0 - 0.09k_T \quad (k_T \leq 0.22) \\ &= 0.9511 - 0.1604k_T + 4.3888k_T^2 - 16.638k_T^3 + 12.336k_T^4 \quad (0.22 < k_T \leq 0.8) \\ &= 0.165 \quad (0.8 \leq k_T) \end{aligned} \quad (\text{식 2.4.14})$$

2.4.14)

$$I_{DH} = I_T - I_d \quad (\text{식 2.4.15})$$

2.4.15)

$$I_{DN} = I_{DH} / \sin(a_s) \quad (\text{식 2.4.16})$$

2.4.16)

여기서,

I_{DH} : 수평면 직달 일사(w/m²)

천공의 밝기(Δ)를 계산하기 위하여, 광학적 대기의 두께(m)와 대기권 밖의 직달 일사(I_{ON})값이 필요하다. 태양이 천공 천정에 있을 때 복사선이 통과하는 대기의 두께와 임의의 위치에서 통과하는 대기 두께와의 비율인 광학적 대기의 두께는 (식 2.4.17)에 의해서 얻어진다.

$$m = \frac{1}{\cos Z} \quad (\text{식 2.4.17})$$

대기권 밖의 법선면 일사(I_{ON})와 대기권 밖의 수평면 일사 (I_{Oh})는 (식 2.4.18)에서 얻을 수 있다:

$$I_{ON} = I_{sc} [1 + 0.33 \cos(\frac{360n}{365})] \quad (\text{식 2.4.18})$$

$$I_{Oh} = I_{sc} [1 + 0.33 \cos(\frac{360n}{365})] \times \cos Z$$

여기서,

I_{sc} : 태양 상수 (1350 W/m²)

n : 1 월 1 일로부터의 통산일 ($1 \leq n \leq 365$)

일사값을 조도값으로 변환하는 발광효율 모델은 일사량과 8 개의 ϵ 에 상응하는 변환 함수를 구함으로써 나타낼 수 있다. 일사 상태에서 변환 함수 (F)는 (식 2.4.19)와 같다.

$$F(\epsilon, \Delta, Z, W) = a_i(\epsilon) + b_i(\epsilon)f(W) + c_i(\epsilon)g(Z) + d_i(\epsilon)h(\Delta) \quad (\text{식 2.4.19})$$

여기서

f, g, h : 연속 함수

a_i, b_i, c_i, d_i : 불연속 함수

함수 F는 기후 환경의 다양함을 나타내는 많은 데이터들을 최소 자승법을 통하여 얻어질 수 있다. 변환 함수로 법선면 전체, 확산, 직달 일사로부터 각각 법선면 전체, 확산, 직달 조도를 구할 수 있다. 수평면 직달 조도(E_{dH})와 수직면 직달 조도(E_{dV})는 다음과 같이 (식 2.4.20)~(식 2.4.22)에서 구할 수 있다.

$$E_{dN} = \text{MAX}\{0, I_{DN}[a_i + b_i W + c_i \exp(5.73Z-5) + d_i \Delta]\} \quad (\text{식 2.4.20})$$

$$E_{dH} = E_{dN} \times \sin a_t \quad (\text{식 2.4.21})$$

$$E_{dV} = E_{dN} \times \cos a_t \quad (\text{식 2.4.22})$$

여기서

E_{dN} : 법선면 직달 조도 (lux)

E_{dH} : 수평면 직달 조도 (lux)

E_{dV} : 수직면 직달 조도 (lux)

a_t : 입사각(rad)

a_i, b_i, c_i, d_i : 실험식에 의해 구해진 계수 (표 2.4.5 참조)

[표 2.4.5] 직달 일사의 발광효율 계수

청정도(ε)	a_i	B_i	c_i	d_i
1	57.20	-4.55	-2.98	117.12
2	98.99	-3.46	-1.21	12.38
3	109.83	-4.90	-1.71	-8.81
4	110.34	-5.84	-1.99	-4.56
5	106.36	-3.97	-1.75	-6.16
6	107.19	-1.25	-1.51	-26.73
7	105.75	0.77	-1.26	-34.44
8	101.18	1.58	-1.10	-8.29

수평면 확산 조도 (E_{kH})는 다음과 같이 (식 2.4.23)으로 구할 수 있다.

$$E_{kH} = I_d[a_i + b_i W + c_i \exp(Z) + d_i \text{Ln}(\Delta)] \quad (\text{식 2.4.23})$$

여기서

E_{KH} : 수평면 확산 조도(lux)

a_i, b_i, c_i, d_i : 실험식에 의해 구해진 계수 ([표 2.4.6] 참조)

[표 2.4.6] 확산 일사의 발광효율 계수

청정도(ϵ)	a_i	b_i	c_i	d_i
1	97.24	-0.46	12.00	-8.91
2	107.22	1.15	0.59	-3.95
3	104.97	2.96	-5.53	-8.77
4	102.39	5.59	-13.95	-13.90
5	100.71	5.94	-22.75	-23.74
6	106.42	3.83	-36.15	-28.83
7	141.88	1.90	-53.24	-14.03
8	152.23	0.35	-45.27	-7.98

경사면 확산 조도(E_{KS})는 수평 확산 조도와 경사표면에 대한 천공 상태로부터 계산 될 수 있다. 이것은 (식 2.4.24)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_{KS} = E_{KH}[(1-F_1)(1+\cos S)/2 + F_1 \times a/b + F_2 \sin S] \quad (\text{식 2.4.24})$$

여기서,

$$F_1 = f_{11} + f_{12} \times \Delta + f_{13} \times Z$$

$$F_2 = f_{21} + f_{22} \times \Delta + f_{23} \times Z$$

$$a = \max(0, \cos \theta)$$

$$b = \max(0.087, \cos Z)$$

S = 경사진 평면의 기울기

θ = 경사진 평면에 들어오는 직사일광의 입사각

$f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{21}, f_{22}, f_{23}$ 은 천공 청정도(타입 1-8)에 따른 계수이다. ([표 2.4.7] 참조)

[표 2.4.7] 경사면 조도 계수

청정도(ε)	f ₁₁	f ₁₂	f ₁₃	f ₂₁	f ₂₂	f ₂₃
1	0.011	0.570	-0.081	-0.095	0.158	-0.018
2	0.429	0.363	-0.307	0.050	0.008	-0.065
3	0.809	-0.054	-0.442	0.181	-0.169	-0.092
4	1.014	-0.252	-0.531	0.275	-0.350	-0.096
5	1.282	-0.420	-0.689	0.380	-0.559	-0.114
6	1.426	-0.653	-0.779	0.425	-0.728	-0.097
7	1.485	-1.214	-0.784	0.411	-0.629	-0.082
8	1.170	-0.300	-0.615	0.518	-1.892	-0.055

천공 천정 휘도 함수는 (식 2.4.25)로 나타낼 수 있다.

$$L_{vz} = I_d[a_i + c_i \cos Z + c_i' \exp(-3Z) + d_i(\Delta)] \quad (\text{식 2.4.25})$$

여기서

L_{vz} : 천정 휘도(W/m²)

a_i, c_i, c_i', d_i : 계수 (표 2.4.8 참조)

[표 2.4.8] 천정의 휘도 예측 계수

청정도(ε)	a _i	c _i	c _i '	d _i
1	40.86	26.77	-29.59	-45.75
2	26.58	14.73	58.46	-21.25
3	19.34	2.28	100.00	0.25
4	13.25	-1.39	124.79	15.66
5	14.47	-5.09	160.09	9.13

6	19.76	-3.88	154.61	-19.21
7	28.39	-9.67	151.58	-69.39
8	42.91	-19.62	130.80	-164.08

Perez 는 많은 천공데이터의 측정 실험에 의해 간단한 수학적 구조를 가지는 모델을 개발하였다. 이 모델은 천공 휘도 분포를 예측하기 위해서 시간별 또는 더 세밀한 시간 동안의 전체, 직달 일사 데이터를 사용할 수 있도록 만들어졌으며 CIE 표준 천공 형태를 일반화한 수식을 포함하고 있다. 그 일반식은 담천공에서 청천공까지의 휘도 분포에 대해 적절히 설명할 수 있는 다섯가지의 실험 계수(a, b, c, d, e)를 포함하고 있다.

예측점 L_v 의 천공 휘도와 임의의 기준점의 휘도와의 비율로 정의되는 상대 휘도 lv 는 (식 2.4.26)에 의해서 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 lv &= f(\xi, \gamma) \\
 &= [1 + a \exp(b / \cos \xi)][1 + c \exp(d\gamma) + e \cos^2\gamma]
 \end{aligned}
 \tag{식 2.4.26}$$

여기서,

lv : 상대 휘도

γ : 태양과 예측점 사이의 각(rad)

ξ : 예측점의 천정각(rad)

a, b, c, d, e: 상대 휘도 예측에 대한 실험 계수 (표 2.4.9 참조)

[표 2.4.9] 상대 휘도 예측 실험 계수

청정도	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄
1.000 ~ 1.065	1.3523	-0.2576	-0.2690	-1.4366	-0.7670	0.0007	1.2734	-0.1233
1.065 ~ 1.230	-1.2219	-0.7730	1.4148	1.1016	-0.2054	0.0367	-3.9128	0.9156
1.230 ~ 1.500	-1.1000	-0.2515	0.8952	0.0156	0.2782	-0.1812	-4.5000	1.1766
1.500 ~ 1.950	-0.5484	-0.6654	-0.2672	0.7117	0.7234	-0.6219	-5.6812	2.6297
1.950 ~ 2.800	-0.6000	-0.3566	-2.5000	2.3250	0.2937	0.0496	-5.6812	1.8415
2.800 ~ 4.500	-1.0156	-0.3670	1.0078	1.4051	0.2857	-0.5328	-3.8500	3.3750
4.500 ~ 6.200	-1.0000	0.0211	0.5025	-0.5119	-0.3000	0.1922	0.7023	-1.6317
6.200 ~	-1.0500	0.0289	0.4260	0.3590	-0.3250	0.1156	0.7781	0.0025
	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄
1.000 ~ 1.065	2.8000	0.6004	1.2375	1.0000	1.8734	0.6297	0.9738	0.2809
1.065 ~ 1.230	6.9750	0.1774	6.4477	-0.1239	-1.5798	-0.5081	-1.7812	0.1080
1.230 ~ 1.500	24.7219	-13.0812	-37.7000	34.8438	-5.0000	1.5218	3.9229	-2.6204
1.500 ~ 1.950	33.3389	-18.3000	-62.2500	52.0781	-3.5000	0.0016	1.1477	0.1062
1.950 ~ 2.800	21.0000	-4.7656	-21.5906	7.2492	-3.5000	-0.1554	1.4062	0.3988
2.800 ~ 4.500	14.0000	-0.9999	-7.1406	7.5469	-3.4000	-0.1078	-1.0750	1.5702
4.500 ~ 6.200	19.0000	-5.0000	1.2438	-1.9094	-4.0000	0.0250	0.3844	0.2656
6.200 ~	31.0625	-14.5000	-46.1148	55.3750	-7.2312	0.4050	13.3500	0.6234
	e ₁	e ₂	e ₃	e ₄				
1.000 ~ 1.065	0.0356	-0.1246	-0.5718	0.9938				
1.065 ~ 1.230	0.2624	0.0672	-0.2190	-0.4285				
1.230 ~ 1.500	-0.0156	0.1597	0.4199	-0.5562				
1.500 ~ 1.950	0.4659	-0.3296	-0.0876	-0.0329				

1.950 ~ 2.800	0.0032	0.0766	-0.0656	-0.1294
2.800 ~ 4.500	-0.0672	0.4016	0.3017	-0.4844
4.500 ~ 6.200	1.0468	-0.3788	-2.4517	1.4656
6.200 ~	1.5000	-0.6426	1.8564	0.5636

다섯가지의 계수는 많은 실험 데이터를 가지고 위의 식을 비선형 최소 자승법에 의하여 유추한 태양 천정각, 천공 청정도와 밝기, 이 세가지 일사 상태의 함수이다. 각각의 계수는 다음과 같이 (식 2.4.27)~(식 2.4.29) 형식을 따른다.

a, b, c, d, e 를 x 라고 할 때

$$x = x_1 + x_2Z + \Delta(x_3 + x_4Z) \quad (\text{식 2.4.27})$$

천공 청정도가 1 일 경우에는

$$c = \exp[\Delta (c_1 + c_2Z)^{c_3}]^{-1} \quad (\text{식 2.4.28})$$

$$d = -\exp[\Delta (d_1 + d_2Z)] + d_3 + \Delta d_4 \quad (\text{식 2.4.29})$$

결국, 예측하고자 하는 지점의 휘도 L_v 는 L_{vz} 을 일반화하여 l_v 로부터 얻을 수 있다. 이것은 (식 2.4.30)와 같이 나타낼 수 있다.

$$L_v = L_{vz} \times f(\zeta, \gamma) / f(0, Z) \quad (\text{식 2.4.30})$$

여기서,

$$L_v: \text{천공 휘도}(\text{cd/m}^2)$$

더 일반적으로, 천공 휘도(L_v)는 확산 조도의 천공 모델을 일반화하여 (식 2.4.31)과 같이 얻을 수 있다.

$$L_v = l_v \times E_{kH} \left(\int_{2\pi sr} [l_v(\zeta, \gamma) \cos \zeta] d\omega \right) \quad (\text{식 2.4.31})$$