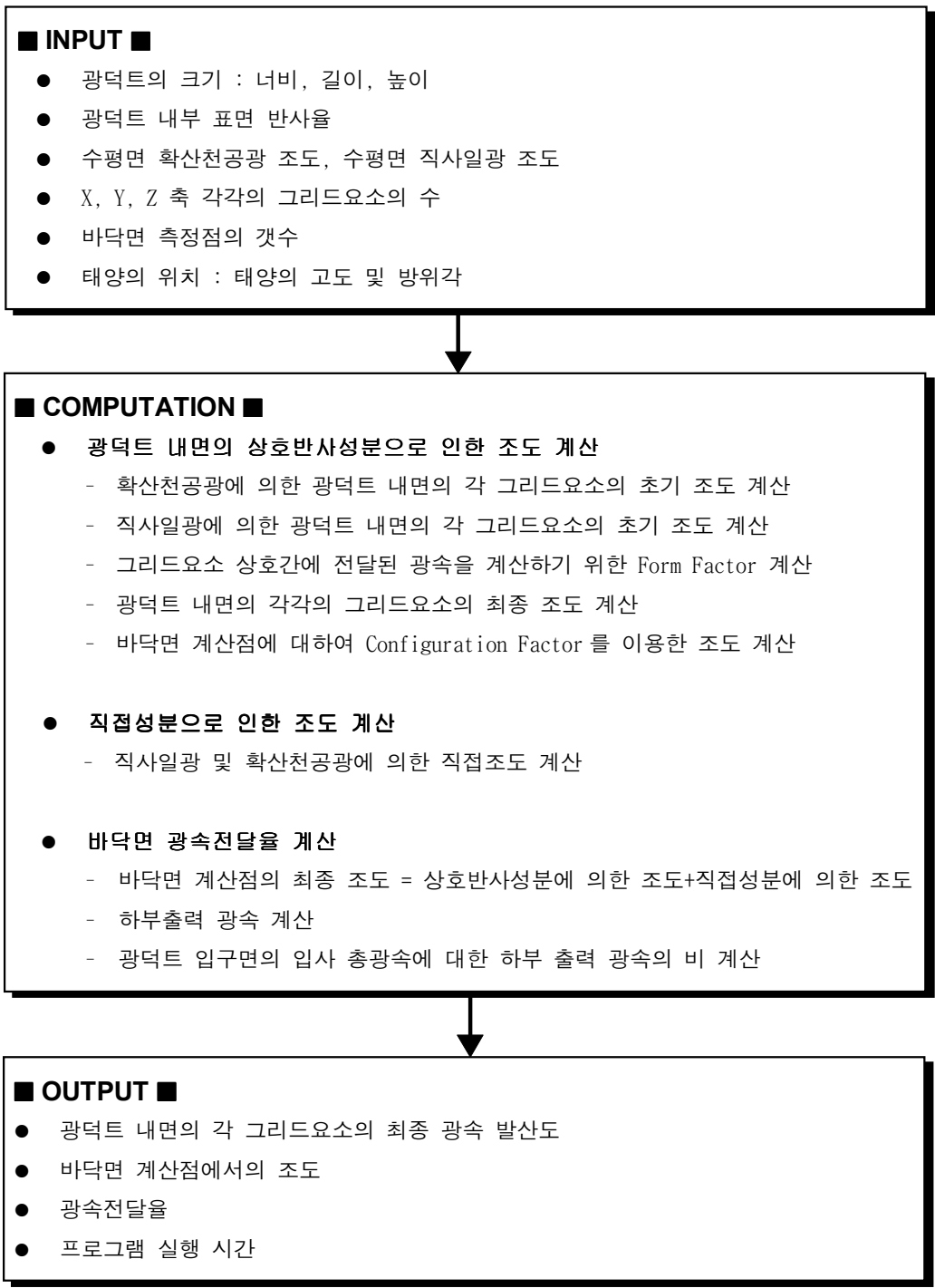


제 3 장 수직장방향 광덕트의 광속전달을 예측 수치 모델 작성

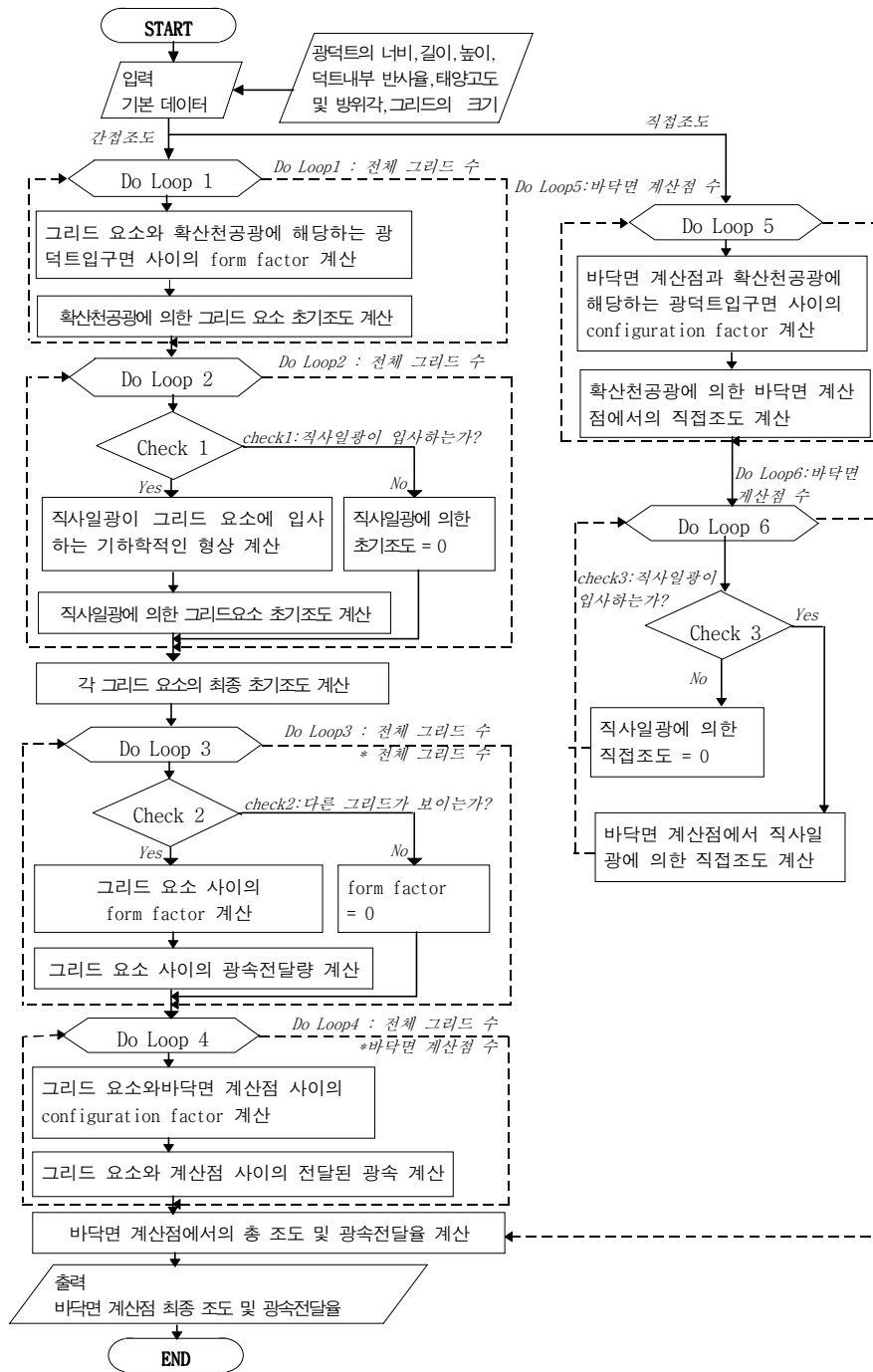
3.1 수치 모델의 개요

본 수치 모델은 유한요소 해석법(Finite Element Method)(Robbins, 1986)에 기본을 두고 있는 것으로서, 전달된 광속의 계산을 위해 광덕트 내면을 그리드요소로 나누고 모든 그리드요소는 일정한 반사율을 지닌 확산반사를 일으키는 표면으로 가정하고 있다. 전달된 광속은 상호반사성분과 직접성분으로 구분하여 계산하게 되는데, 여기서 상호반사성분은 직사일광 및 확산천공광이 바닥면 계산점에 직접 입사하지 않고 광덕트 내면에서 상호반사를 한 다음 바닥면 계산점에 입사하는 광속을 말하며, 직접성분은 직사일광 및 확산천공광이 덕트 내면에 부딪히지 않고 직접 계산점에 도달하는 광속을 말한다. 상호반사성분을 계산하기 위해 먼저 직사일광과 확산천공광에 의한 광덕트 내면 그리드요소의 초기 조도를 계산한 다음 광속전달법을 사용하여 요소 상호간의 전달되는 광속을 계산하여 각 그리드요소의 최종 조도를 계산한다. 마지막으로 각 그리드요소와 계산하고자 하는 바닥면 계산점과의 Configuration Factor(면 : 점)(Bracketts et al., 1983)를 통해 바닥면 계산점에서의 최종 조도를 계산한다. 그리고, 바닥면 계산점 조도의 직접성분은 확산천공광에 의한 조도와 직사일광에 의한 조도를 분리하여 계산한다. 이렇게 계산된 상호반사성분과 직접성분에 의한 바닥면 조도를 합계하여 최종 조도를 구한다. 하부 출력 광속은 앞에서 계산된 바닥면 계산점의 최종 조도와 바닥면의 각 그리드요소의 면적을 곱하여 모두 합계함으로써 구하게 된다. 마지막으로 광속전달율은 광덕트 입구면에 들어온 총광속에 대한 하부 출력 광속의 비로써 구할 수 있다.

본 수치 모델은 [그림 3.1]에 보인 것처럼 크게 데이터의 입력 부분, 계산부분, 그리고 계산 결과의 출력 부분으로 구성되어 있다. [그림 3.2]는 수치 모델의 전체 흐름도를 나타낸 것이다.



[그림 3.1] 수치 모델 개요

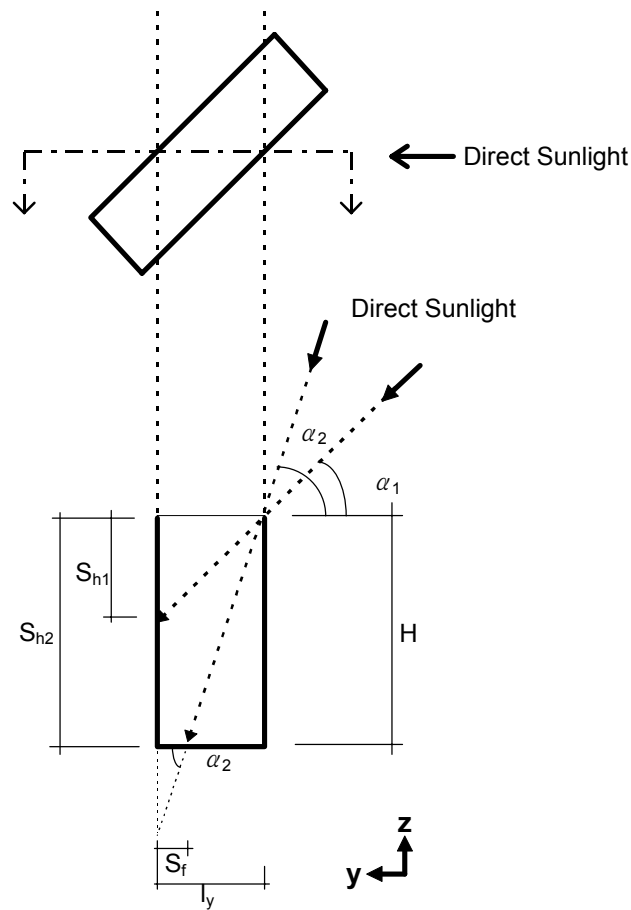


[그림 3.2] 수치 모델 흐름도

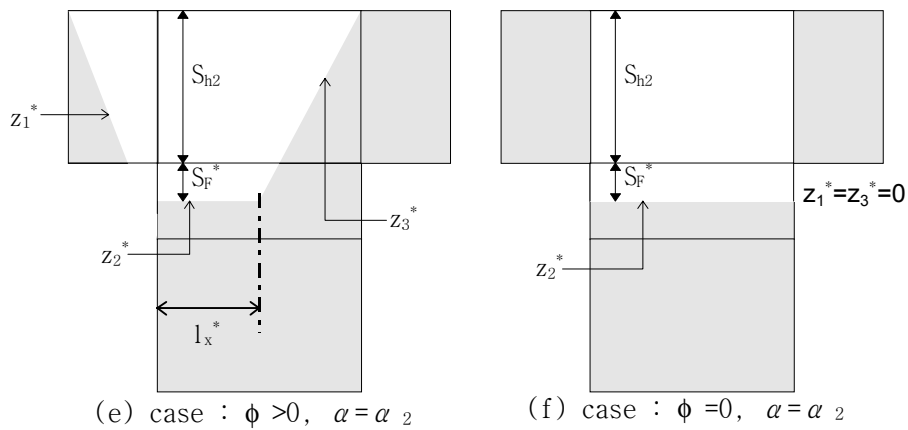
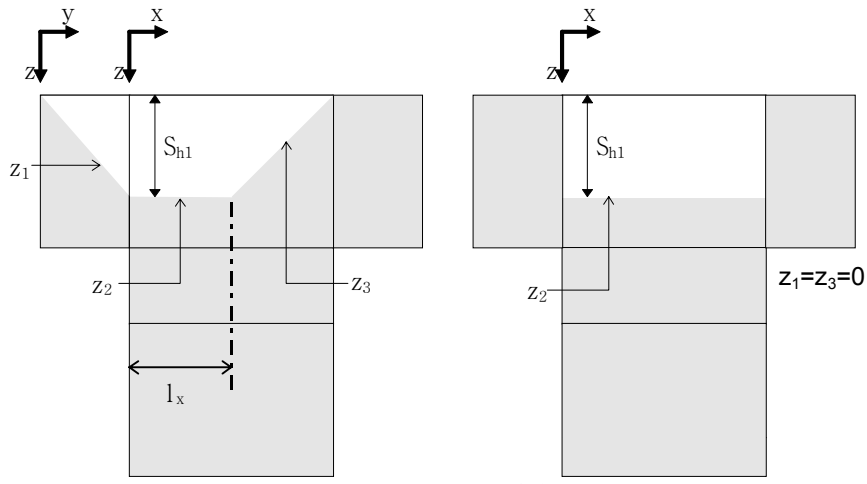
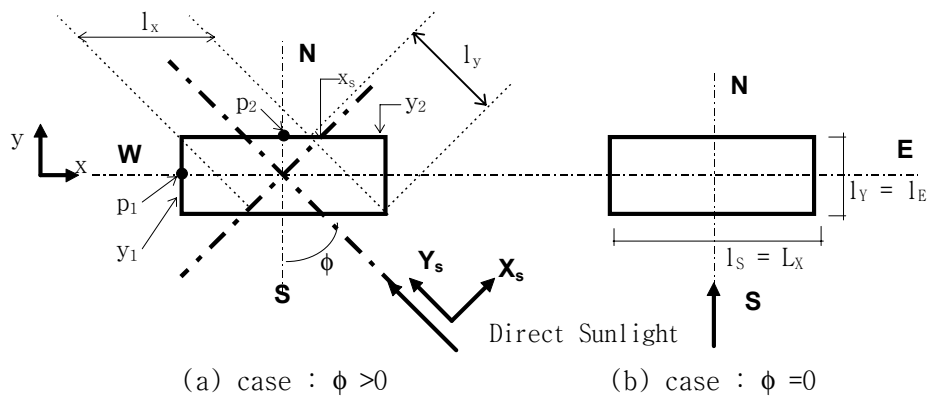
3.2 광덕트 내면에서의 상호반사성분에 의한 조도 계산

3.2.1 직사일광에 의한 광덕트 내면 그리드요소의 초기 조도

직사일광에 의한 광덕트 내면의 그리드요소 초기 조도는 태양의 고도 및 방위 각과 광덕트의 기하학적 형상의 관계를 분석하여 계산한다. [그림3.3]과 [그림 3.4]는 장방형 광덕트의 장변을 남측을 향하도록 위치시켰을 때 태양의 고도 및 방위 각에 따라서 직사일광이 광덕트 내부에 들어오는 형상을 표현한 것이다.



[그림 3.3] 직사일광이 입사하는 광덕트의 단면



[그림 3.4] 변화하는 태양 고도 및 방위각에 따라 광덕트 내면에 빛이 들어오는 형상
 [그림 3.3]에서 태양 입사각과 평행한 바닥면에서의 단면 길이 l_y 의 값은 [그림

3.4(a)]를 참고로 하여 식 (3.1)로 구할 수 있다.

$$l_y = \frac{l_E}{\cos\phi} \quad (3.1)$$

단, l_E : 덕트의 길이 [mm]

ϕ : 태양 방위각 [°]

[그림 3.3]과 [그림 3.4]에서 알 수 있는 것처럼 태양의 고도에 따라 광덕트 표면에 입사하는 직사일광의 형상은 크게 2가지로 구분할 수 있다. 첫째는 직사일광이 수직 벽면에만 도달하는 경우[Case 1]이며, 둘째는 바닥면과 수직 벽면에 동시에 도달하는 경우[Case 2]이다. 수직 벽면에 도달하는 길이 S_h 와 바닥에 도달하는 길이 S_f 는 식 (3.2)와 식 (3.3)으로 구할 수 있다.

[Case 2]에서 S_f 는 [그림 3.5]와 같이 태양의 입사각에 따라 방향이 변하므로 모서리와의 수직한 최단 투영거리인 S_F 는 식 (3.3)으로 구할 수 있다.

[Case 1]: $\alpha = \alpha_1$

$$S_h = S_{h1} = l_y \times \tan \alpha$$

$$S_f = 0 \quad (3.2)$$

[Case 2]: $\alpha = \alpha_2$

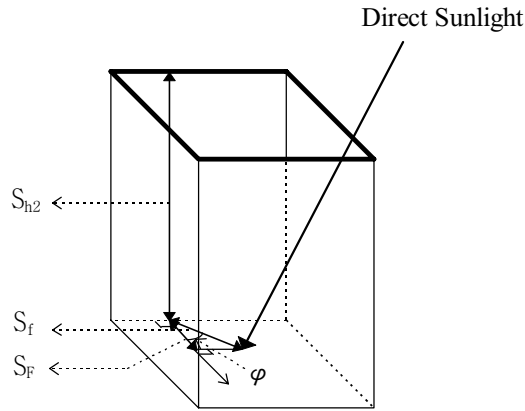
$$S_h = S_{h2} = H$$

$$S_f = (l_y \times \tan \alpha - S_{h2}) \times \tan(90^\circ - \alpha)$$

$$S_F = S_f \times \cos \phi \quad (3.3)$$

단, α : 태양의 고도 [°]

H: 광덕트의 높이 [mm]



[그림 3.5] 수직면과 바닥면에 동시에 직사일광이 들어오는 광덕트 모습

[그림 3.4]와 [그림 3.5]에서 태양의 방위각 ϕ 의 부호가 반대일 때도 그 값은 모두 같다. [Case 1]인 경우에는 광덕트 내부 표면에 직사일광이 입사하여 생기는 그림자 선의 방정식을 식 (3.4)~(3.6)으로 구할 수 있다.

$$z_1 = \frac{S_h}{l_E} \cdot y \quad (3.4)$$

$$z_2 = S_h \quad (3.5)$$

$$z_3 = -\frac{S_h}{(l_s - l_x)} \cdot (y - l_x) \quad (3.6)$$

여기서, l_x 의 값은 다음과 같은 방법에 의해 구할 수 있다.

[그림 3.4(a)]에서 직선 y_1 은 태양이 입사하는 방향의 축을 Y_s 라 하고 직각 방향을 X_s 라 설정할 경우 식 (3.7)로 나타낼 수 있다.

$$y_1 = \tan(90^\circ - \phi) \cdot x_s + b \quad (3.7)$$

직선 y_1 이 지나가는 점 P_1 의 좌표인 $(-l_s \cdot \cos \phi / 2, l_s \cdot \sin \phi / 2)$ 을 식 (3.7)에 대입하면 미지의 수 b 는 식 (3.8)에 의해 구할 수 있다.

$$b = l_s \cdot \sin \phi + \tan(90^\circ - \phi) \cdot \left(-\frac{l_s}{2} \right) \cdot \cos \phi \quad (3.8)$$

식 (3.8)을 식 (3.7)에 대입하여 정리하면 식 (3.9)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} y_1 &= \tan(90^\circ - \phi) \cdot x_s + \frac{l_s}{2} (\sin \phi + \tan(90^\circ - \phi) \cdot \cos \phi) \\ &= \frac{\sin(90^\circ - \phi)}{\cos(90^\circ - \phi)} \cdot x_s + \frac{l_s}{2} \left(\sin \phi + \frac{\sin(90^\circ - \phi)}{\cos(90^\circ - \phi)} \cdot \cos \phi \right) \\ &= \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \cdot x_s + l_s \left(\sin \phi + \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi} \right) \\ &= \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \cdot x_s + \frac{l_s}{2} \cdot \frac{1}{\sin \phi} \end{aligned} \quad (3.9)$$

[그림 3.4(a)]에서 y_2 의 방정식은 식 (3.10)과 같이 된다.

$$y_2 = -\tan \phi \cdot x_s + b'' \quad (3.10)$$

직선 y_2 가 지나가는 점 P_2 의 좌표인 $(l_E \cdot \cos(90^\circ - \phi) / 2, l_E \cdot \sin(90^\circ - \phi) / 2)$ 를 식 (3.10)에 대입하면 미지수 b'' 는 식 (3.11)에 의해 구할 수 있다.

$$b'' = \frac{l_E}{2} \left(\sin(90^\circ - \phi) + \tan \phi \cdot \cos(90^\circ - \phi) \right) \quad (3.11)$$

식 (3.11)을 식 (3.10)에 대입하여 정리하면 식 (3.12)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
y_2 &= -\tan \phi \cdot x_s + \frac{l_E}{2} \left(\sin(90^\circ - \phi) + \tan \phi \cdot \cos(90^\circ - \phi) \right) \\
&= -\tan \phi \cdot x_s + \frac{l_E}{2} \left(\cos \phi + \frac{\sin \phi}{\cos \phi} \cdot \sin \phi \right) \\
&= -\tan \phi \cdot x_s + \frac{l_E}{2} \cdot \frac{1}{\cos \phi}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

위에서 구한 y_1 과 y_2 가 만나는 점의 X_S 축 상의 좌표 x_s 는 식 (3.13)을 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
y_1 &= y_2 \\
\frac{\cos \phi}{\sin \phi} \cdot x_s + \frac{l_S}{2} \cdot \frac{1}{\sin \phi} &= -\frac{\sin \phi}{\cos \phi} \cdot x_s + \frac{l_E}{2} \cdot \frac{1}{\cos \phi} \\
x_s \cdot \left(\frac{1}{\sin \phi \cdot \cos \phi} \right) &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{l_E}{\cos \phi} - \frac{l_S}{\sin \phi} \right) \\
x_s &= \frac{1}{2} (\sin \phi \cdot l_E - \cos \phi \cdot l_S)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

결과적으로, l_x 는 식 (3.14)로 구할 수 있다.

$$l_x = \frac{2|x_s|}{\cos \phi} \tag{3.14}$$

[Case 2]인 경우 광덕트 내부 표면에 직사일광이 입사하여 생기는 그림자 선인 z_1^* , z_2^* 및 z_3^* 는 각각 y 축과 z 축에 대한 식 (3.15), 그리고 x 축과 z 축에 대한 식 (3.16)과 식 (3.17)과 같이 일차원 방정식으로 표현될 수 있다.

$$z_1^* = \frac{S_v}{(l_E - S_F)} \cdot x \tag{3.15}$$

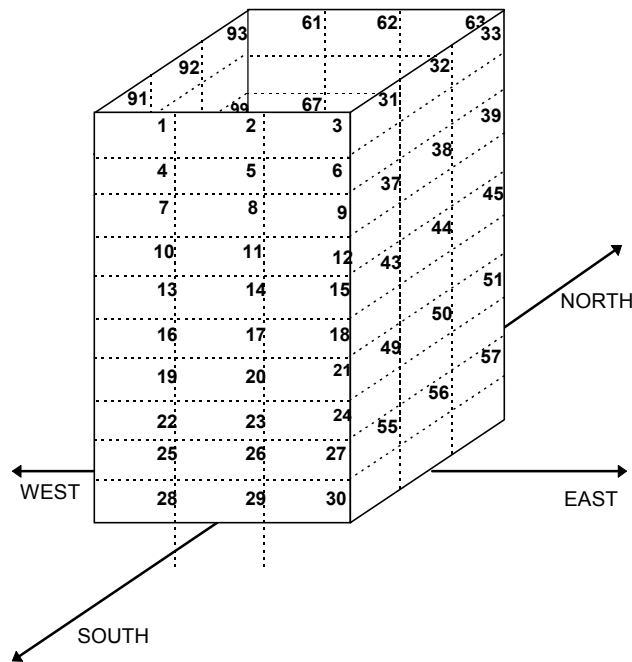
$$z_2^* = S_{h2} + S_F \quad (3.16)$$

$$z_3^* = -\frac{S_{h2} + S_F}{(l_S - l_x')} \cdot (x - l_x^*) \quad (3.17)$$

여기서, l_x^* 는 식 (3.18)로 구할 수 있다.

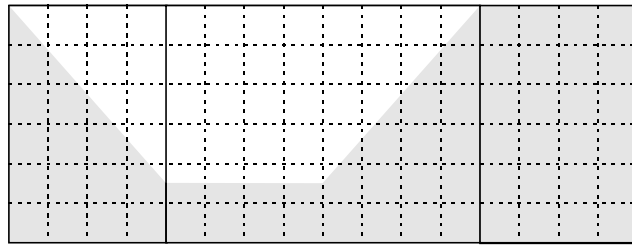
$$l_x^* = l_x + \frac{l_E}{2} \tan \phi \quad (3.18)$$

광속전달을 계산을 위해 앞에서 구한 수식과 [그림 3.6]과 같이 설정한 그리드 요소의 각 좌표값으로 각각의 초기 조도값을 결정하였다.

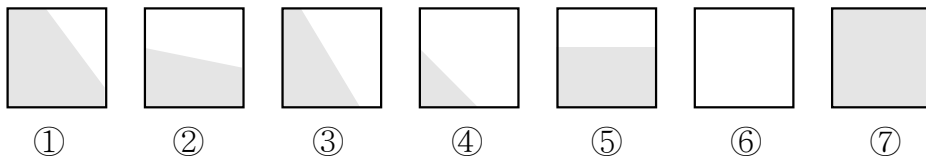


[그림 3.6] 광덕트 표면에 설정한 그리드요소

[Case 1]인 경우 광덕트 내표면에 설정한 그리드요소와 직사일광으로 인해 생긴 그림자의 형상은 [그림 3.7]과 같이 된다.



(a) 그리드 좌표



(b) 단위 그리드

[그림 3.7] 직사일광에 노출된 단위 그리드요소의 7가지 형상

좌표계로 설정한 단위 그리드요소 내에 직사일광이 들어오는 형상은 [그림 3.7(b)]에서 보여진 것처럼 총 7가지 경우로 나누어질 수 있다. 그리고 각 그리드 요소의 초기 조도($E_{element_i}$)는 각각의 좌표값과 직선의 방정식으로 그 형상을 판단하여 식 (3.19)에 의해 계산한다.

$$E_{element_i} = \frac{A_{sun_i}}{A_{element_i}} \times E_{dv} \quad (3.19)$$

단, A_{sun_i} : 단위 그리드요소가 직사일광에 노출되는 면적 [m^2]

$A_{element_i}$: 단위 그리드요소의 면적 [m^2]

E_{dv} : 직사일광의 외부 수직면 조도 [lx]

식 (3.19)에서 단위 그리드요소에 직사일광에 노출되는 면적은 식 (3.4)~(3.6), (3.15)~(3.17)을 이용하여 각 요소의 좌표값을 가지고 [그림 3-6]에서 보인 7가지의 경우 중 어느 형상에 해당하는지 판단하여 구할 수 있다. 여기서 직사일광의 외부 수직면 조도는 식 (3.20), (3.21), (3.22) (IES Calculation Procedures Committee, 1984)를 이용하여 구할 수 있다. 식 (3.20)은 직사일광의 수평면 조도를 직사일광의 법선면

조도로 나타낸 것이며, 식 (3.21)은 직사일광의 외부 수직면 조도를 직사일광의 법선면 조도로 나타낸 것이다. 그리고 식 (3.22)는 태양 고도와 방위각으로 나타낸 직사일광의 입사각을 나타낸다.

$$E_{dh} = E_{dn} \sin \alpha \quad (3.20)$$

단, E_{dn} : 태양광의 법선면 조도 [lx]

E_{dh} : 직사일광의 외부 수평면 조도 [lx]

$$E_{dv} = E_{dn} \cos i \quad (3.21)$$

단, i : 태양광의 입사각(incident angle) [°]

$$\alpha_i = \cos^{-1}[\cos \alpha \cdot \cos \phi] \quad (3.22)$$

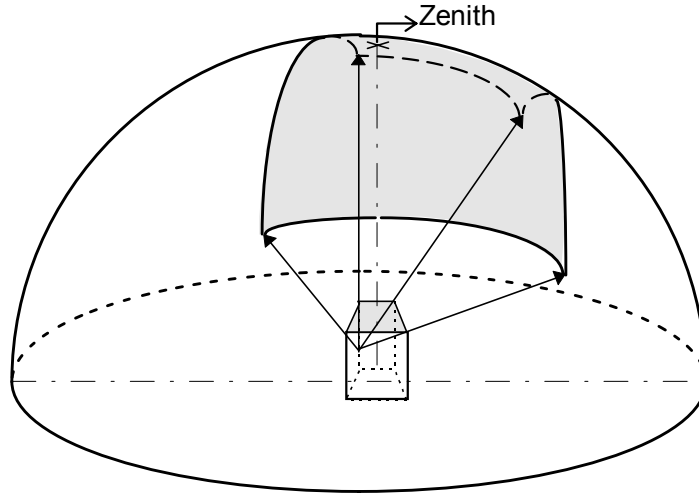
식 (3.20)과 식 (3.22)를 식 (3.21)에 대입하면 식 (3.23)을 얻을 수 있다.

$$E_{dv} = \frac{E_{dh}}{\sin \alpha} \times \cos[\cos^{-1}(\cos \alpha \cdot \cos \phi)] \quad (3.23)$$

여기서 태양 방위각 ϕ 는 태양이 남중했을 때를 0°로 한 것이므로 양 측면에서의 E_{dv} 를 구할 경우 ϕ 대신에 $(90^\circ - \phi)$ 를 대입하여 계산한다.

3.2.2 확산천공광에 의한 광덕트 내면 그리드요소의 초기 조도

[그림 3.8]과 같이 광덕트 내면의 한 점에서 천공을 바라보았을 때 그 형상은 광덕트 입구의 형상을 바라본 것과 같다. 따라서 본 수치 모델에서는 광덕트 입구의 장방형 면과 각 요소와의 Form Factor(면:면) 계산값 및 수평면 확산천공광에 의한 조도를 사용하여 각각의 그리드요소의 초기 조도를 결정하게 하였다. 단, 광덕트 입구를 통해 보이는 천공의 휘도분포는 일정하다고 가정한다.



[그림 3.8] 그리드요소에서 바라본 천공 형상

각각의 그리드요소의 조도는 식 (3.24)(IESNA, 1993)로 구할 수 있다.

$$\bar{E}_2 = \frac{M_1 A_1 F_{1 \rightarrow 2}}{A_2} \quad (3.24)$$

단, A_1 : 광원이 되는 면의 면적[m²]

A_2 : 빛을 받아들이는 면의 면적 [m²]

M_1 : 표면 A_1 의 광속발산도 [lm/m^2]

$F_{1 \rightarrow 2}$: 그리드요소 2에 대한 그리드요소 1의 Form Factor

3.2.3 그리드요소 상호간에 전달된 광속

덕트 내면에 설정한 각 그리드요소 사이에 전달된 광속 계산을 위해서 Form Factor(Bracketts, Fink and Pierpoint, 1983)를 사용하였다. 본 수치 모델에서는 장방형 광덕트 만을 고려하였으므로 수직, 수평한 위치관계를 갖는 그리드요소 사이의 Form Factor 계산식을 사용하였다.

바닥면의 최종 조도를 계산하기 위해서는 먼저 그리드요소 상호간의 광속전

달에 의한 각각의 그리드요소의 최종 조도를 계산할 필요가 있다. 하나의 그리드 요소와 나머지 모든 그리드요소 사이의 Form Factor 값과 그리드요소의 초기 조도 및 반사율이 주어지면 각각의 그리드요소의 최종 조도는 식 (3.25)(IESNA, 1993)를 사용하여 계산할 수 있다. 각 요소의 최종 조도를 계산하기 위하여 설정한 그리드 요소의 수가 N 개라고 한다면 N 개의 독립적인 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 M_1 &= M_{01} + \rho_1(M_1F_{11} + M_2F_{12} + \dots + M_{n-1}F_{1,n-1} + M_nF_{1n}) \\
 M_2 &= M_{02} + \rho_2(M_1F_{21} + M_2F_{22} + \dots + M_{n-1}F_{2,n-1} + M_nF_{2n}) \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 M_n &= M_{0n} + \rho_n(M_1F_{n1} + M_2F_{n2} + \dots + M_{n-1}F_{n,n-1} + M_nF_{nn}) \quad (3.25)
 \end{aligned}$$

단, M_n : n번째 그리드요소의 최종 광속발산도 [lm/m^2]

M_{0n} : n번째 그리드요소의 초기 광속발산도 [lm/m^2]

F_{mn} : 그리드요소 n 에 대한 그리드요소 m의 Form Factor

ρ_n : n 번째 그리드요소의 광학적 반사율

방정식 (3.25)의 해는 Gauss Seidel 방법처럼 반복 계산법을 적용(Saraiji and Mistrick, 1991)하여 다음과 같은 방법에 의해 근사값으로서 구할 수 있다. M_n 의 초기값은 M_{0n} 과 같다. 그리드요소 n에 대해 새롭게 계산된 광속발산도 값은 다른 그리드요소의 초기값에 따라 그리드요소 n+1에 대한 방정식에서 사용된다. 이와 같은 방법으로 각 방정식을 통해 계산을 반복하면서 각 요소의 반사율 때문에($\rho_n < 1$) 수렴하는 최종 광속발산도의 계산값을 그 오차가 $1 [lm/m^2]$ 이하가 될 때까지 계산하도록 하였다.

3.2.4 상호반사성분에 의한 바닥면 계산점에서의 조도

최종 광속발산도 값이 계산되면 벽면의 그리드요소와 바닥면의 계산점 사이의

기하학적인 관계를 나타내는 Configuration Factor에 의해 바닥면 계산점에서의 조도를 식 (3.26)(IESNA, 1993)에 의해 계산할 수 있다.

$$E = MC \quad (3.26)$$

단. E: 바닥면 계산점의 조도 [lx]

M: 벽면 그리드요소의 표면의 광속발산도 [lm/m^2]

C: 바닥면 계산점에 대한 벽면 각 그리드요소의 Configuration Factor

3.3 광덕트 내면에서의 직접 성분에 의한 조도 계산

3.3.1 직사일광에 의한 바닥면 계산점에서의 조도

식 (3.2)와 식 (3.3)을 이용하여 바닥면에 직사일광이 입사하는지 판단하고 [Case 2]의 경우일 때, 식 (3.16)과 식 (3.17), 그리고 바닥면 각 계산점의 좌표값을 사용하여 바닥면 각각의 계산점이 직사일광에 노출되는지 여부를 판단한다. 직사일광이 바닥면에 입사하는 경우 바닥면 계산점에서의 조도는 직사일광에 의한 외부 수평면 조도와 같은 값을 사용하며 직사일광이 입사하지 않는 경우에는 그 값을 0으로 한다.

3.3.2 확산천공광에 의한 바닥면 계산점에서의 조도

[그림 3.8]에 보인 것처럼 확산천공광이 바닥면 계산점에 바로 입사하는 경우는 덕트 입구의 장방형 형상과 계산점의 Configuration Factor를 사용하여 계산한다. 이때 확산천공광의 조도는 확산천공광에 의한 외부 수평면 조도의 값을 사용하면 된다.

3.3.3 직접성분에 의한 바닥면 계산점에서의 조도

직접성분에 의한 바닥면 계산점에서의 조도는 확산천공광에 의한 값과 직사일

광에 의한 값을 합하여 구할 수 있다.

3.4 광덕트 바닥면 계산점에서의 최종 조도 및 광속전달율의 계산

3.4.1 광덕트 바닥면 계산점에서의 최종 조도

최종적으로 3.2 절에서 계산한 간접성분에 의한 계산점의 조도와 3.3 절에서 계산한 직접성분에 의한 바닥면 계산점의 조도의 합으로서 바닥면 계산점의 최종 조도를 구할 수 있다.

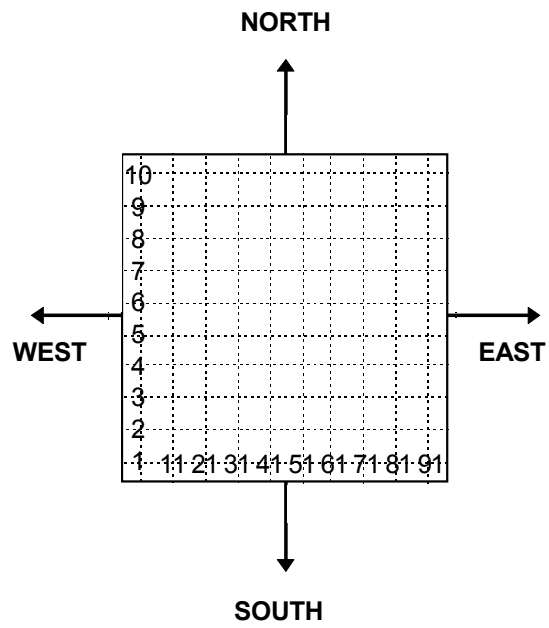
3.4.2 광덕트 하부 출력 광속 및 광속전달율

[그림 3.9]와 같이 바닥면에 계산점을 면적의 중심으로 하는 그리드요소를 설정하여 계산된 바닥면 계산점에서의 조도를 그 면의 대표값으로 사용하였다. 따라서 계산된 조도와 설정된 그리드요소의 면적을 곱하여 모두 합계합으로서 최종 하부 출력 광속이 계산된다. 또한 광속전달율(FTR: Flux Transfer Ratio)은 식 (3.27)을 이용하여 계산할 수 있다.

$$FTR = \frac{F_{out}}{F_{in}} \times 100 [\%] \quad (3.27)$$

단, F_{in} : 광덕트 입구에서 입사하는 총 광속 [lm]

F_{out} : 광덕트 하부에서 출력하는 총 광속 [lm]



[그림 3.9] 바닥면 계산점을 설정한 예 (100 점)